Тема лекции:

Электрические заряды и их взаимодействие.

Закон Кулона. Теорема Гаусса-Остроградского

Электрические заряды и их взаимодействие

Мы переходим к изучению одного из наиболее важных разделов физики, свойствам электрических и магнитных полей, взаимодействия электрических зарядов и электрических токов – электродинамике. Именно эти взаимодействия обеспечивают те силы, благодаря наличию которых существуют атомы, молекулы, конденсированное состояние вещества. С развитием электродинамики связан прогресс современной техники - радио, телевидения, информационных технологий.

Электрические заряды и их взаимодействие

Мы уже убедились, что огромное количество явлений в окружающем нас мире можно понять и описать, используя классическую механику - закон всемирного тяготения, законы Ньютона, законы сохранения, когда масса тела является важнейшей характеристикой движущихся и покоящихся тел. Однако, когда мы переходим к другому кругу явлений и, особенно, на уровень атомов и молекул, ситуация радикальным образом изменяется.

Электрические заряды и их взаимодействие

Например, в атоме водорода – динамической системе, состоящей из протона и электрона, гравитационное взаимодействие

$$F_{\text{грав}} = \gamma \frac{m_e m_p}{r_0^2} = 3{,}6 \cdot 10^{-47}\ \text{Н}$$

где r_0 – расстояние между протоном и электроном, составляет ничтожно малую часть от реально действующей силы F=8·10^{-7} Н – здесь разница почти в 40 порядков. Эта сила определяется **электрическим взаимодействием** электрона и протона *и описывается новой характеристикой тел – помимо массы вводятся электрические заряды q_e и q_p - электрона и протона.*

Электрический заряд

Электрический заряд *есть количественная мера способности тел к электрическому взаимодействию*.

Оказалось, что электрические заряды обладают следующими свойствами:

1. Они существуют в двух видах; это положительные заряды ($+q$) и отрицательные заряды ($–q$).
2. Заряды одного знака отталкиваются, разных знаков – притягиваются.
3. Если в теле содержится строго одинаковое количество положительных и отрицательных зарядов, оно становится электронейтральным.

Электрический заряд

Электрические заряды в принципе являются дискретными, минимальная порция – заряд электрона: $q_e= -1{,}6\cdot 10^{-19}$ Кл. Протон имеет такой же заряд, только со знаком "плюс".

Единица измерения заряда – Кулон – в системе СИ определяется через единицу измерения силы тока, которая, в свою очередь, определяется через магнитное взаимодействие токов, и мы на этом остановимся позднее.

Введем понятие **точечного** заряда. Пусть заряд q сосредоточен в области с линейными размерами d, и мы интересуемся, как взаимодействует этот заряд с другим зарядом, находящемся на расстоянии r. Если $r>>d$, можно считать, что заряд q сосредоточен в одной точке и является *точечным*. Это – физическая абстракция, аналог материальной точки в механике. В макроскопических заряженных телах заряды распределяются по объему и поверхности тел.

Электростатика. Электрическое поле

Фундаментальное понятие электростатики – **электрическое поле**. Оно вводится для описания взаимодействия заряженных тел.

Электрическое поле возникает вокруг заряженного тела, и его величина зависит от расстояния до этого тела. Любой другой электрический заряд будет испытывать воздействие со стороны заряда q_0 посредством этого поля, *являющегося носителем электрического взаимодействия*. Если этот другой заряд q_1, то сила, действующая на него

$$\vec{F}_{q_1} = q_1 \vec{E}_{q_0}$$

где $\vec{E}_{q_0}$ – величина, характеризующая величину электрического поля, создаваемого зарядом q_0. Это и есть то, что называют **напряженностью электрического поля**; если q_1 = 1 Кл, $\vec{F}_{q_1} = \vec{E}$, и, следовательно, **напряженность электростатического поля** *есть сила, действующая на неподвижный единичный точечный положительный заряд, помещенный в данную точку пространства*.

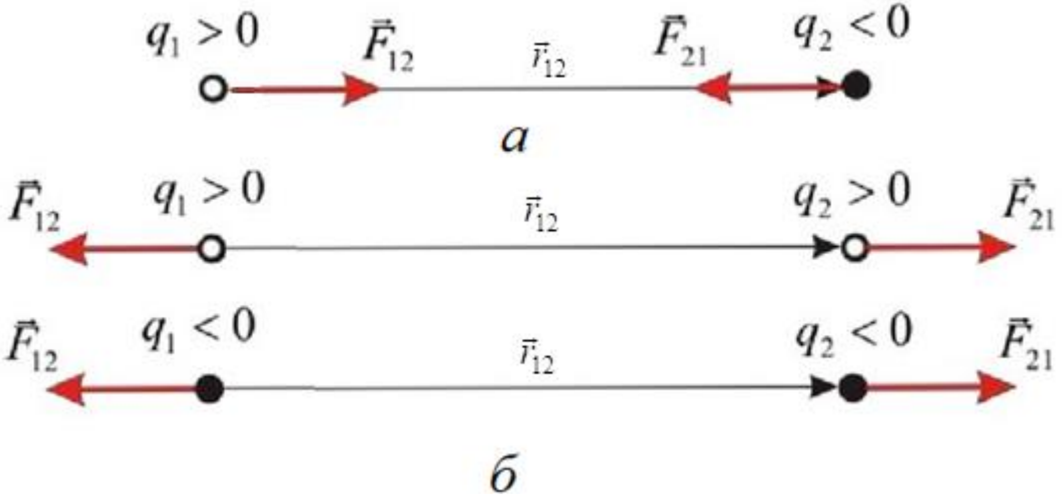
Закон Кулона

Взаимодействие двух **точечных** зарядов q_1 и q_2 определяется законом Кулона (рис.)

Сила $\vec{F}_{12}$, действующая со стороны точечного заряда q_2 на точечный заряд q_1

$$\vec{F}_{12} = k\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}\cdot\frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}}$$

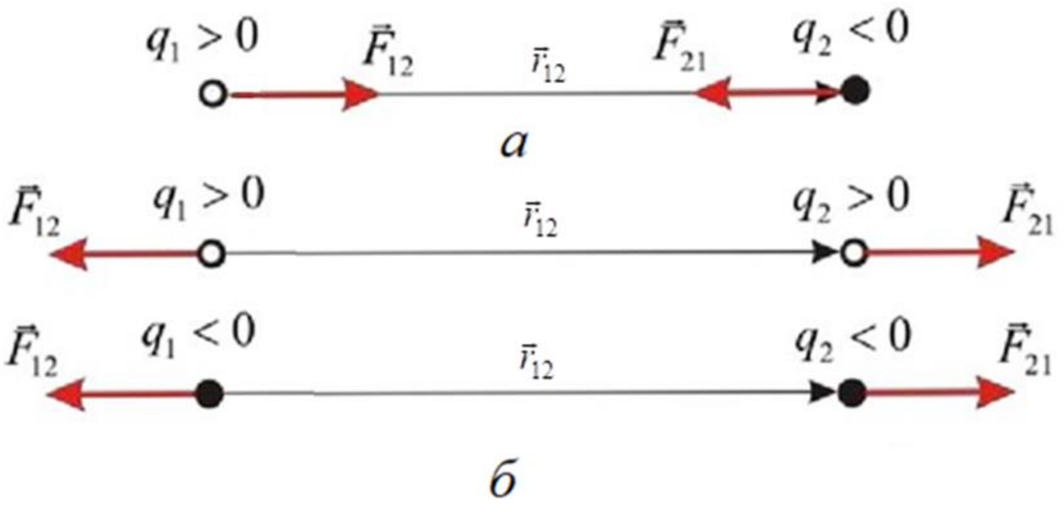
Здесь $\vec{r}_{12}$ – радиус-вектор проведенный от q_1 к q_2, k – коэффициент пропорциональности.



Закон Кулона

$$\vec{F}_{12} = k\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \cdot \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}}$$

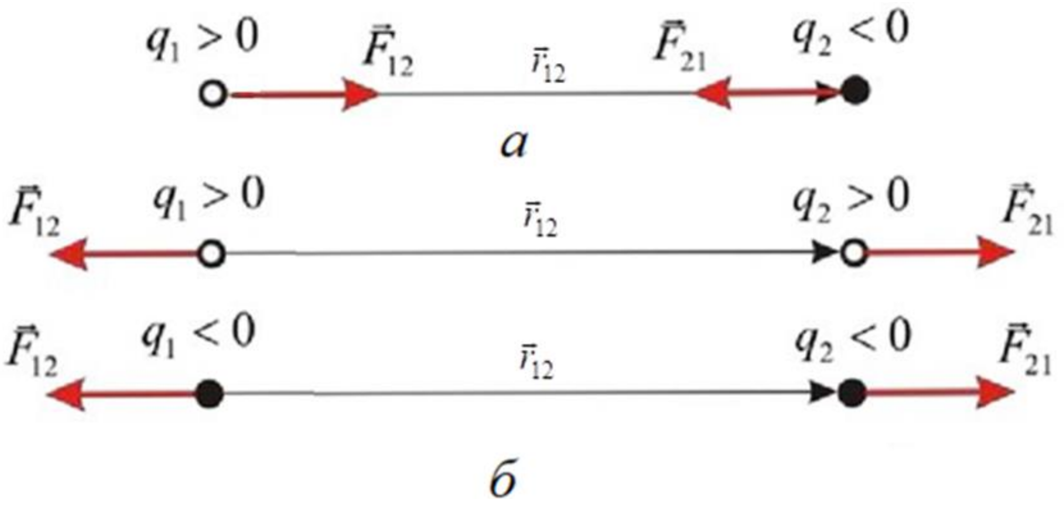
Направление вектора $\vec{F}_{12}$ зависит от знака зарядов. Если заряды разноименные, вектор $\vec{F}_{12}$ направлен, как $\vec{r}_{12}$ (рис. *а*); если одноименные, вектор $\vec{F}_{12}$ направлен в сторону, противоположную вектору $\vec{r}_{12}$ (рис. *б*). Согласно третьему закону Ньютона $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$, где $\vec{F}_{21}$ - сила, действующая на заряд q_2 со стороны заряда q_1.



Закон Кулона

$$\vec{F}_{12} = k\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}\cdot\frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}}$$

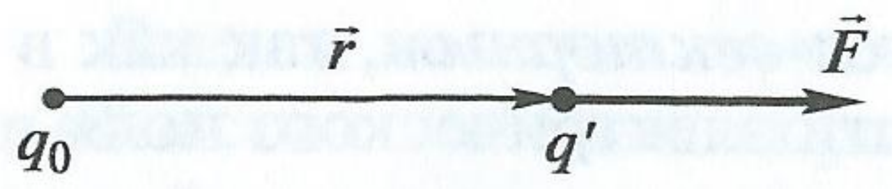
В системе СИ полагают коэффициент $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$, ε_0 – так называемая **электрическая постоянная**, величина которой определяется экспериментально: если q_1 = q_2 = 1 Кл и заряды находятся на расстоянии 1 м, то между ними действует сила F = 9·10^9 Н, отсюда
k = 9·10^9 Н·м^2/Кл^2, ε_0 =8,85·10$^{–12}$ Кл^2/Н·м^2.



Напряженность электростатического поля точечного заряда

Изменим немного ситуацию. Пусть q_0 - точечный заряд, создающий электростатическое поле, а $+q'$ - **пробный точечный заряд**, положение которого относительно q_0 определяется радиус-вектором $\vec{r}$ (рис.). Оба заряда положительны. Сила, действующая на пробный заряд

$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_0 \cdot q'}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r} = \vec{E}q'$, здесь $\vec{E}$ – вектор напряженности электрического поля, создаваемой зарядом q_0 в точке, определяемой радиус-вектором $\vec{r}$.



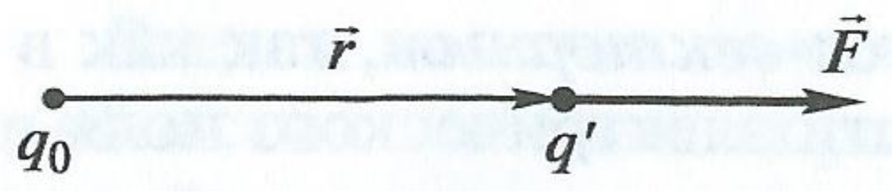
Напряженность электростатического поля точечного заряда

Таким образом, напряженность поля точечного заряда q_0 в точке $\vec{r}$ равна

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\vec{F}}{q'} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_0}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$$

Важно, что если $q_0 > 0$, то вектор $\vec{E}(\vec{r})$ направлен так же, как $\vec{r}$ (рис.) , если же $q_0 < 0$, то в противоположную сторону.

Закон Кулона дает возможность определить распределение электрического поля в пространстве вокруг неподвижного точечного заряда заданной величины.



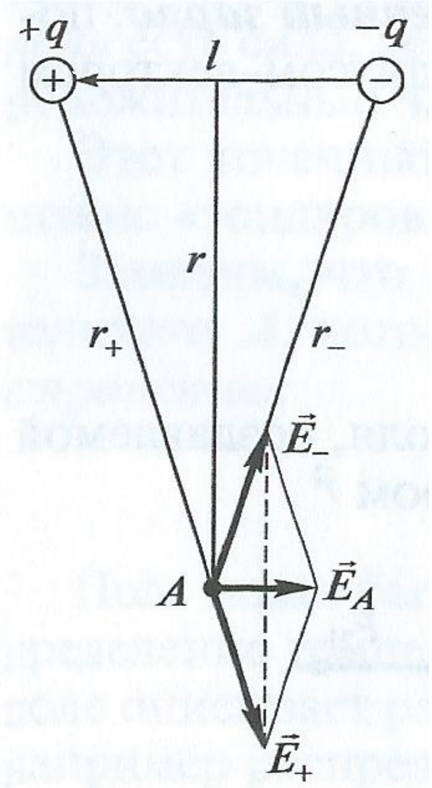
Принцип суперпозиции

Следующее важное положение электростатики – *принцип суперпозиции*. *Напряженность электрического поля в каждой точке пространства, создаваемая системой точечных зарядов* q_1, q_2, …, q_n *равна векторной сумме напряженностей полей, которые создавал бы в этой точке каждый заряд системы в отдельности:*

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{r_i^2} \cdot \frac{\vec{r}_i}{r_i}$$

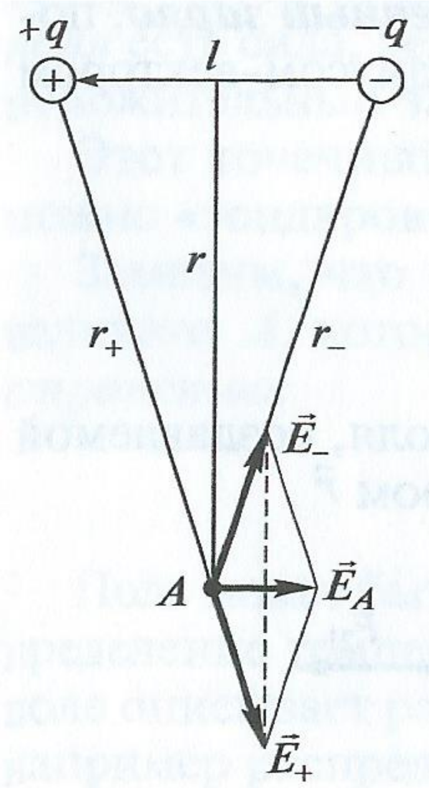
Используя этот принцип, мы имеем возможность определить электрическое поле, создаваемое любой системой заданным образом распределенных в пространстве зарядов.

Пример: поле диполя



Диполь – это система, состоящая из двух равных по величине точечных зарядов $+q$ и – q, расположенных на расстоянии l (рис.); диполь можно рассматривать как точечный, если $l << r$ – расстояния, на котором определяется поле. Вектор электрического дипольного момента определяется как $\vec{p} = \vec{l}q$, где $\vec{l}$ – вектор, направленный от отрицательного заряда к положительному. Используя принцип суперпозиции), можно определить поле в любой точке пространства вокруг диполя. Пара разноименных зарядов создает вокруг себя поле достаточно сложной конфигурации, которое будет иметь осевую симметрию.

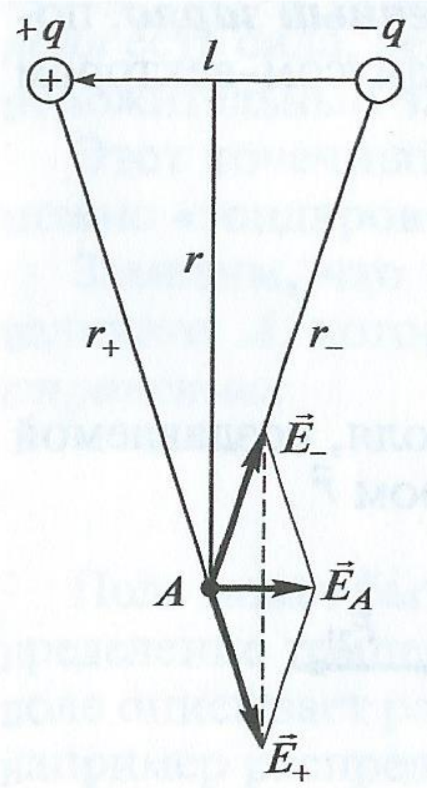
Пример: поле диполя



Определим величину $\vec{E}_A$ в точке A, расположенной на перпендикуляре, проведенном через середину расстояния между зарядами. Как видно из рис., расстояния от точки A до $+q$ (r_+) до – q (r_-) одинаковы ($r_+ = r_-$), кроме того, вектора $\vec{E}_A$ и $\vec{l}$ Из рисунка видно, что напряженности электрического поля, создаваемые зарядами q_+ $\left(\left|\vec{E}_+\right|\right)$ и q_- $\left(\left|\vec{E}_-\right|\right)$, равны по величине:

$$\left|\vec{E}_+\right| = \left|\vec{E}_-\right| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r_+^2}$$

Пример: поле диполя



В соответствии с принципом суперпозиции, $\vec{E}_A = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$

Определим $\left|\vec{E}_A\right|$:

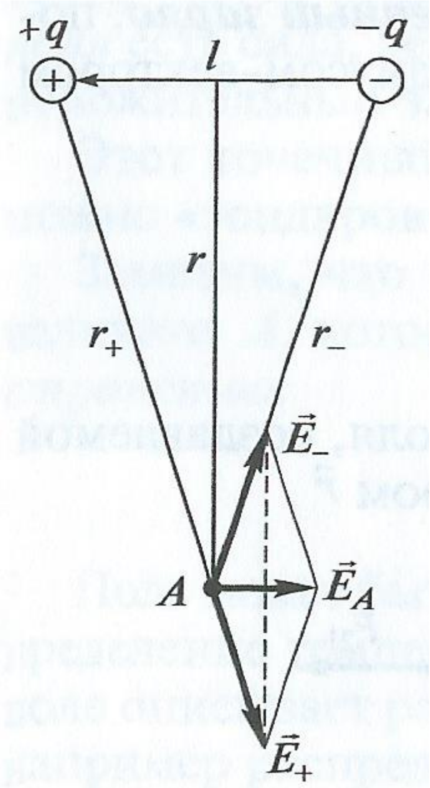
$$\frac{\left|\vec{E}_A\right|}{2} = \left|\vec{E}_+\right| \cos\alpha = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r_+^2} \cdot \frac{l/2}{r_+}$$

Отсюда имеем:

$$\left|\vec{E}_A\right| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{ql}{r_+^3} \cong \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{p}{r^3}$$

Здесь $p=ql$ – модуль вектора дипольного момента, $r_+ = r_- \approx r$ при достаточном удалении от диполя (см. рис.).

Пример: поле диполя



Отметим, что в рассматриваемом случае вектор $\vec{E}$ направлен параллельно оси диполя и его величина спадает с расстоянием как $\dfrac{1}{r^3}$, то есть быстрее, чем поле, создаваемое одним зарядом, когда $\left|\vec{E}\right| \propto \dfrac{1}{r^2}$.

Объемная плотность заряда

При рассмотрении непрерывных распределений зарядов по объему либо поверхности макроскопических тел, удобно использовать понятие **плотности заряда**. Пусть q – заряд, распределенный в объеме тела, а V – объем этого тела. Тогда $\rho = \frac{q}{V}$ есть *средняя объемная плотность заряда*.

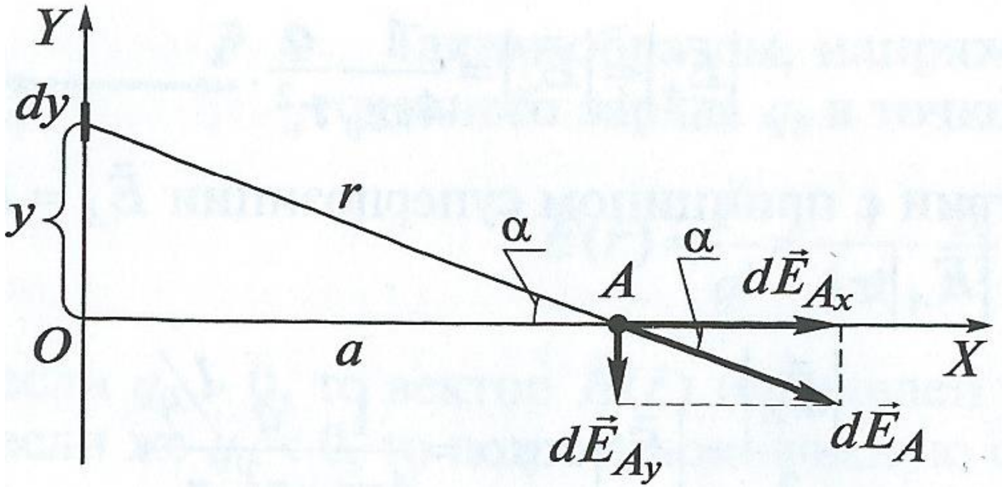
Пусть заряд распределен по телу неоднородно, то есть $\rho = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}V} = \rho(x, y, z)$ dq – заряд, заключенный в элементе объема dV. В этом случае объемная плотность заряда изменяется по объему тела, и полный заряд $q = \int_V \rho(x,y,z)\mathrm{d}V$. При ρ = *const* $q = \rho V$.

Поверхностная и линейная плотность заряда

Если заряд q распределен по поверхности S тела, то вводится величина σ - поверхностная плотность заряда: $\sigma = \frac{dq}{dS}$, тогда $q = \int\limits_S \sigma dS$
где dq – заряд, находящийся на элементе поверхности dS.
Если заряд q распределен на одномерной системе (например, на нити длины L), вводится τ - линейная плотность заряда $\tau = \frac{dq}{dl}, q = \int\limits_L \tau dl$.
С учетом этих представлений принцип суперпозиции может быть представлен в интегральной форме, позволяя вычислить напряженность поля от любой конфигурации зарядов, в том числе – от непрерывных распределений зарядов.

Напряженность поля бесконечной заряженной нити

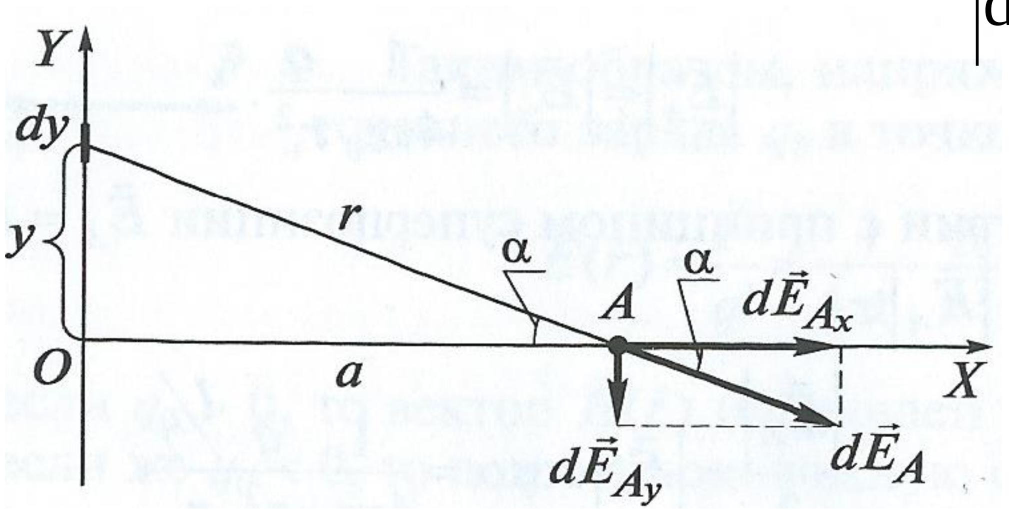
Рассмотрим задачу о напряженности электрического поля, создаваемого бесконечной однородно заряженной нитью, плотность положительного заряда которой $\tau = \dfrac{\Delta q}{\Delta l}$ = = *const*. Направим вдоль нити ось Y, ось X – в перпендикулярном направлении; точка A, в которой нужно определить величину $\vec{E}_A$ отстоит от нити на расстоянии a (рис.).



Напряженность поля бесконечной заряженной нити

Разделим нить на бесконечно большое количество бесконечно малых отрезков. Возьмем один бесконечно малый элемент dy, заряд, находящийся на dy можно считать точечным и равным $\mathrm{d}q = \tau \mathrm{d}y$. Расстояние от d$y$ до точки A обозначим r, от нити до точки A – через a. Точечный заряд dq создает в точке A электрическое поле $\mathrm{d}\vec{E}_A$ величина которого, как показано ранее,

$$\left|\mathrm{d}\vec{E}_A\right| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\mathrm{d}q}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\tau \mathrm{d}y}{r^2}$$



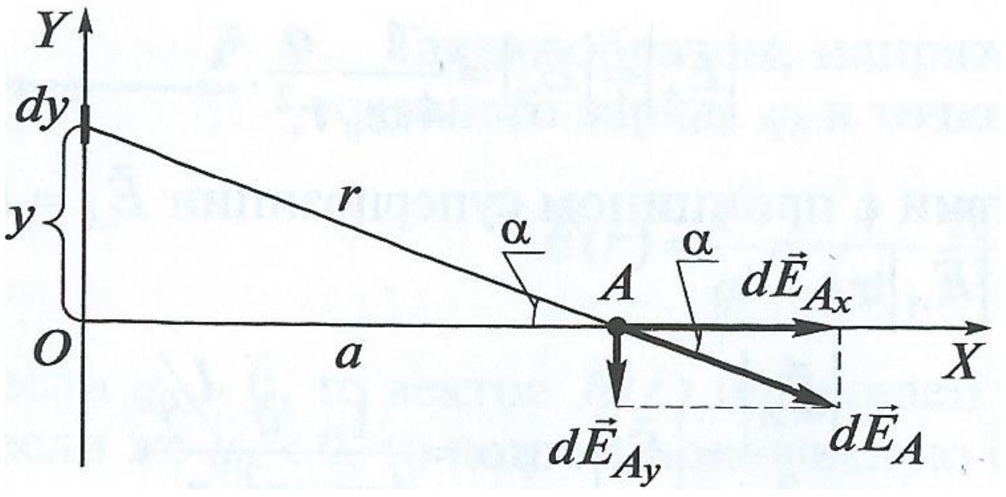
Напряженность поля бесконечной заряженной нити

Очевидно, вектор $d\vec{E}_A = d\vec{E}_{Ax} + d\vec{E}_{Ay}$, где $d\vec{E}_{Ax}$ и $d\vec{E}_{Ay}$ – его составляющие по осям X и Y. Из рис. видно, что

$$\left|d\vec{E}_{Ax}\right| = \left|dE_A\right|\cos\alpha = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\tau dy}{r^2}\cos\alpha$$

$$\left|d\vec{E}_{Ay}\right| = \left|dE_A\right|\sin\alpha = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\tau dy}{r^2}\sin\alpha$$

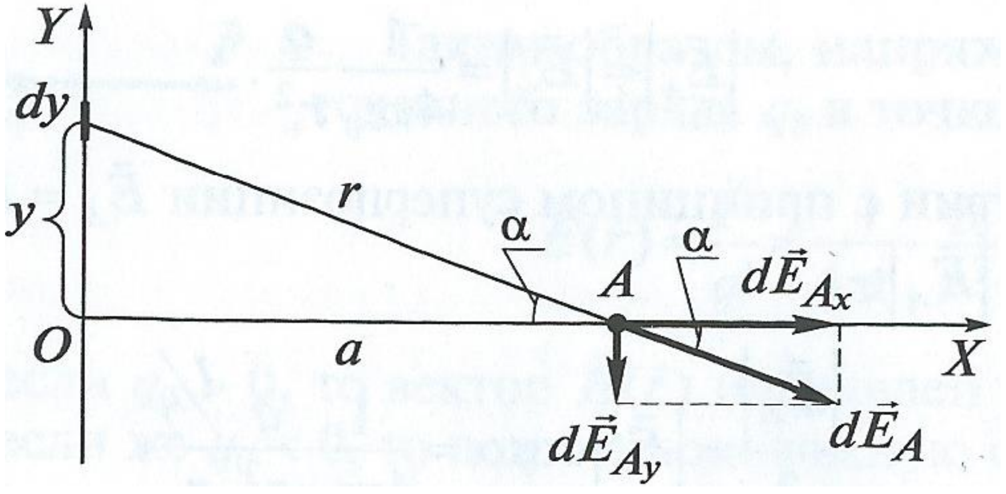
где α - угол между r и a.



Напряженность поля бесконечной заряженной нити

Применим принцип суперпозиции, учитывая, что положение каждого элемента dy определяется значениями r, y и α. Но изменения r и y связаны с изменением α:

$$\frac{y}{a} = tg\alpha, \mathrm{d}y = a\frac{\mathrm{d}\alpha}{\cos^2\alpha} \qquad \frac{a}{r} = \cos\alpha, \frac{1}{r^2} = \frac{\cos^2\alpha}{a^2}$$



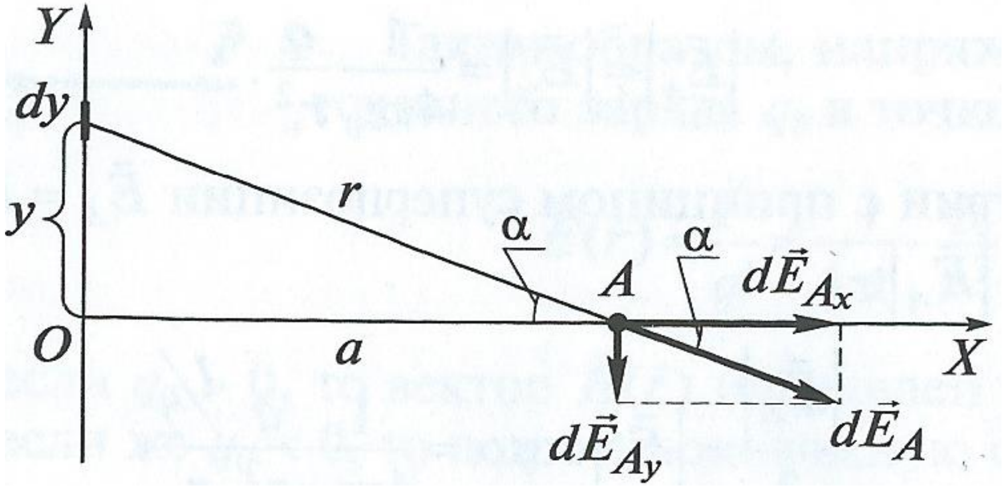
Напряженность поля бесконечной заряженной нити

Поэтому $\left|d\vec{E}_{Ax}\right| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\tau d\alpha}{a}\cos\alpha$ $\left|d\vec{E}_{Ay}\right| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\tau d\alpha}{a}\sin\alpha$

Интегрируем последние выражения; когда y изменяется от $-\infty$ до $+\infty$ (нить бесконечна), α изменяется от $-\pi/2$ до $+\pi/2$.

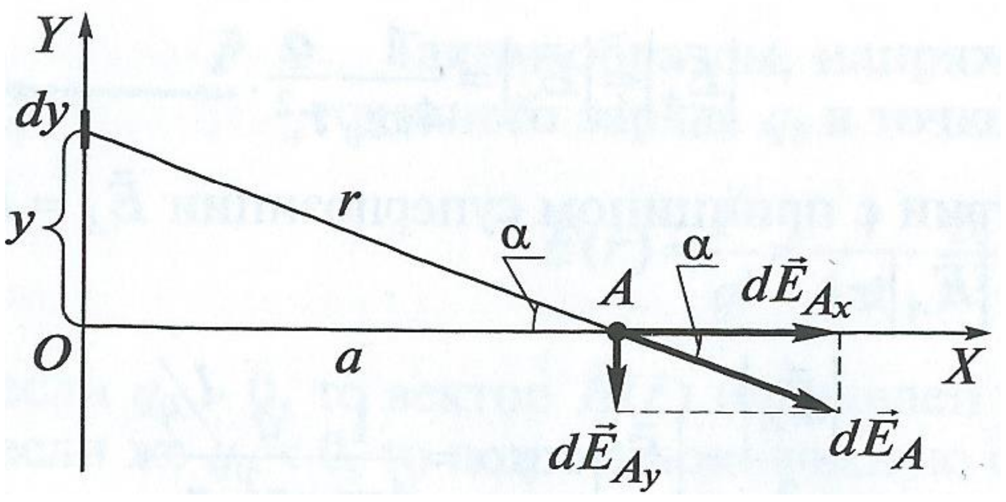
Тогда

$$\left|\vec{E}_{Ax}\right| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\tau}{a}\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\cos\alpha\, d\alpha = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\tau}{a} \qquad \left|\vec{E}_{Ay}\right| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\tau}{a}\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\sin\alpha\, d\alpha = 0$$



Напряженность поля бесконечной заряженной нити

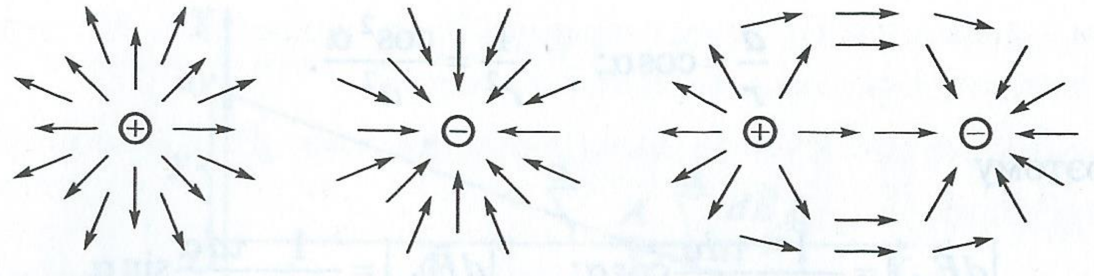
То есть $E_A = \dfrac{1}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \dfrac{\tau}{a}$; вектор $\vec{E}$ направлен вдоль оси X, и его величина уменьшается как $1/a$ при удалении от бесконечной однородно заряженной нити.



Силовые линии напряженности электростатического поля

Для полного описания электростатического поля, создаваемого заданным распределением электрических зарядов, необходимо *задать вектор* $\vec{E}$ *в каждой точке пространства*.

Если мы имеем пространство, в котором некоторым распределением зарядов создано электрическое поле, то, используя пробный заряд величиной +1 Кл и измеряя действующую на него силу, мы можем заполнить все пространство стрелками, указывающими величину и направление вектора $\vec{E}$ (см. рис).

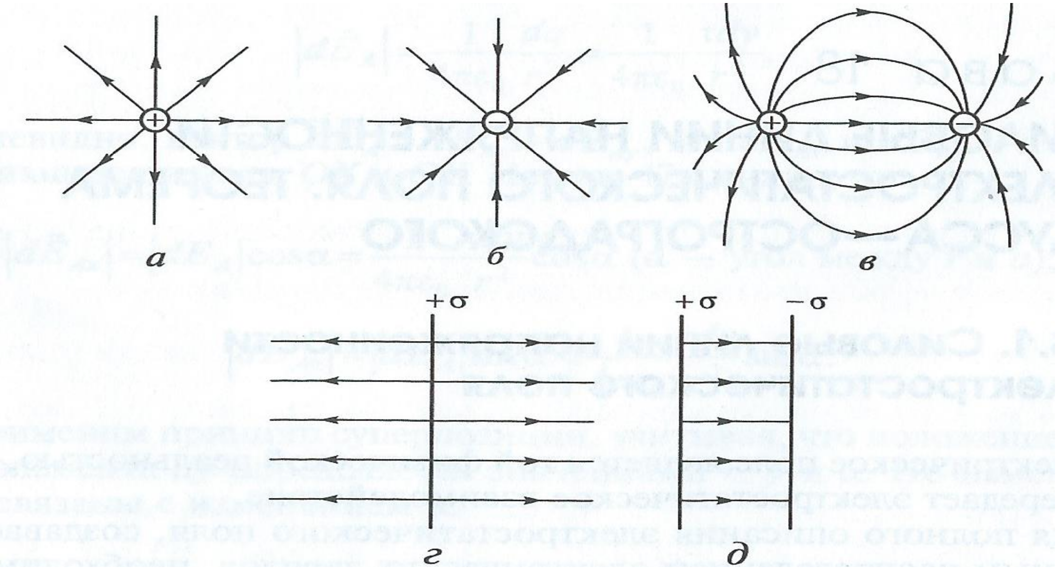


Точечный положительный заряд — Точечный отрицательный заряд — Электрический диполь

Силовые линии напряженности электростатического поля

Это можно сделать наглядно - графически с помощью так называемых **силовых линий** электростатического поля (см. рис.).

Силовой линией напряженности электростатического поля *называют линию, проведенную таким образом, чтобы направление касательной в любой ее точке совпадало с направлением вектора напряженности поля* $\vec{E}$ *в этой точке*. (см. рис).



Силовые линии напряженности электростатического поля

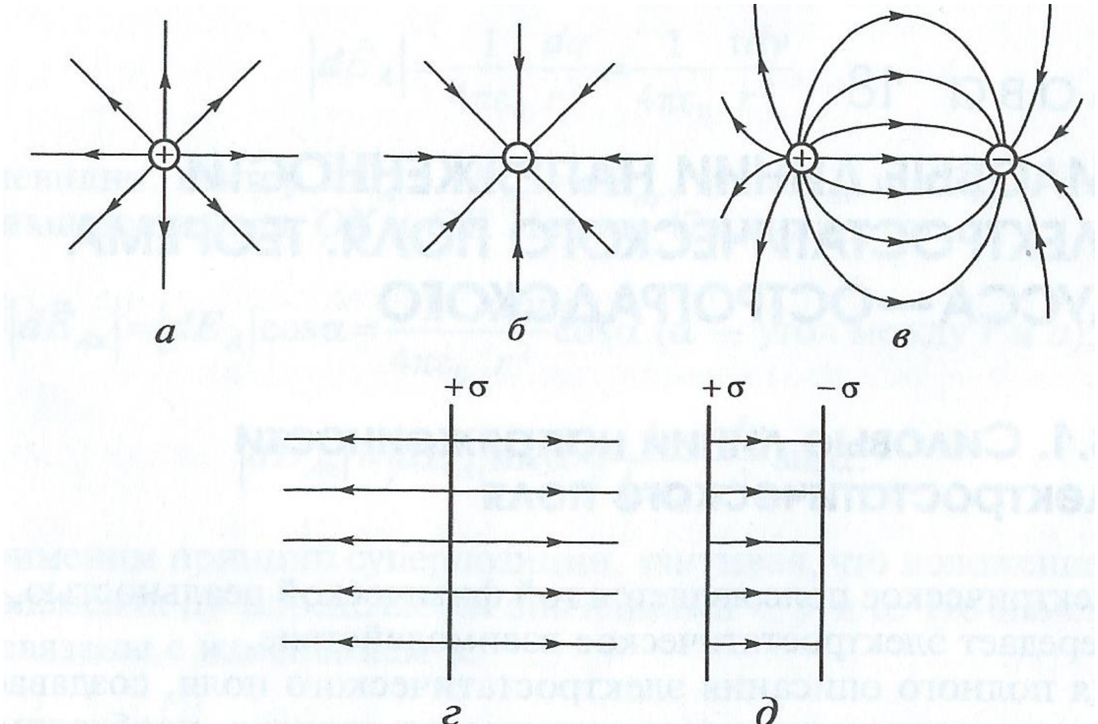
Силовые линии обладают следующими свойствами:

1. Они нигде не пересекаются друг с другом.
2. Они имеют начало на положительном заряде или в бесконечности и конец - на отрицательном заряде или в бесконечности. Таким образом, силовые линии *не замкнуты*.
3. Силовым линиям можно приписать направление в соответствии с направлением вектора $\vec{E}$.

Картина распределения электростатического поля, изображенная линиями напряженности, становится еще нагляднее, если условиться проводить эти линии *гуще* там, где напряженность поля больше.

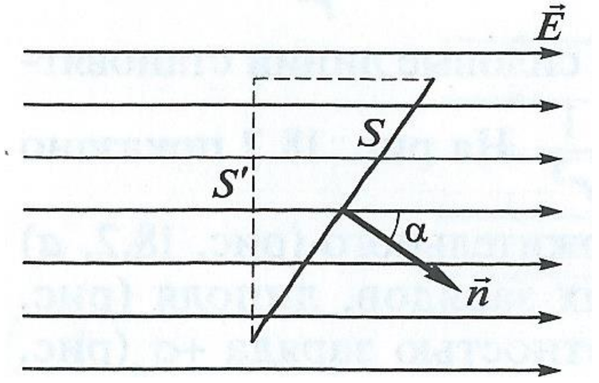
Силовые линии напряженности электростатического поля

На рис. показано распределение силовых линий $\vec{E}$ для положительного (*а*) и отрицательного (*б*) точечных зарядов, диполя (*в*), плоскости с поверхностной плотностью заряда +σ (*г*) и двух плоскостей с поверхностными плотностями зарядов +σ и –σ (*д*).



Поток вектора напряженности

Введем новое понятие – **поток вектора напряженности электрического поля** *через ограниченную поверхность S*. Сначала рассмотрим случай поля, одинакового во всех точках пространства; такое поле будем называть **однородным.** *Его силовые линии – эквидистантные прямые* (рис.). Поместим в это поле плоскую площадку S и определим ее ориентацию направлением вектора нормали $\vec{n}$, составляющим некоторый угол α с вектором $\vec{E}$.

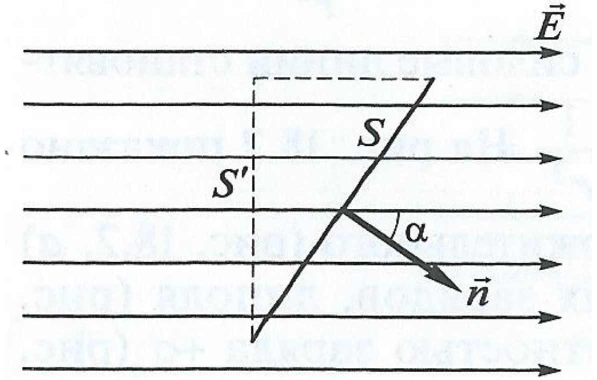


Поток вектора напряженности

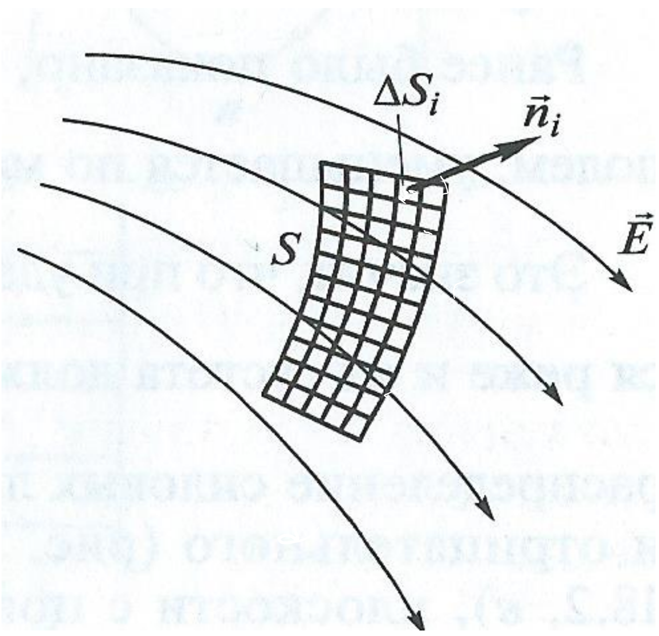
Назовем **потоком вектора *E*** *через площадку S* скалярную величину

$$N = \left|\vec{E}\right| S\cos\alpha = E_n S = \left|\vec{E}\right| S',$$

где E_n – проекция вектора $\vec{E}$ на направление нормали $\vec{n}$, $S' = S\cos\alpha$ – проекция площадки S на плоскость, перпендикулярную вектору напряженности $\vec{E}$. Площадку S пересекают силовые линии, причем ранее мы условились, что густота силовых линий равна модулю вектора $\vec{E}$, $\left|\vec{E}\right| = N/S'$.



Поток вектора напряженности



Таким образом, N - поток вектора $\vec{E}$ через площадку S - равен количеству силовых линий, пересекающих S и S'.

Понятие **поток вектора** $\vec{E}$ можно обобщить на случай, когда электрическое поле неоднородно и поверхность неплоская (см. рис.). В этом случае мы можем разбить поверхность S на малые элементы ΔS_i, которые можно считать плоскими. Тогда поток через малую i-тую площадку ΔS_i $\Delta N_i = E_{in}\Delta S_i$, и поток вектора электрического поля через площадку S

$$N = \sum_i E_{in}\Delta S_i$$

где E_{in} – проекция вектора $\vec{E}_i$ на направление нормали $\vec{n}_i$ к i-тому элементу поверхности.

Теорема Гаусса - Остроградского

Переходя к пределу бесконечно малых элементов dS, получаем

$$N = \int_S E_n dS$$

Это – поток вектора $\vec{E}$ через произвольную поверхность S, тождественно равный числу силовых линий, пересекающих эту поверхность.

Поток вектора $\vec{E}$ через любую *замкнутую поверхность* S обладает замечательным свойством: *он зависит только от алгебраической суммы зарядов, охватываемых этой поверхностью, а именно*

$$\oint_S E_n dS = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_i^n q_i$$

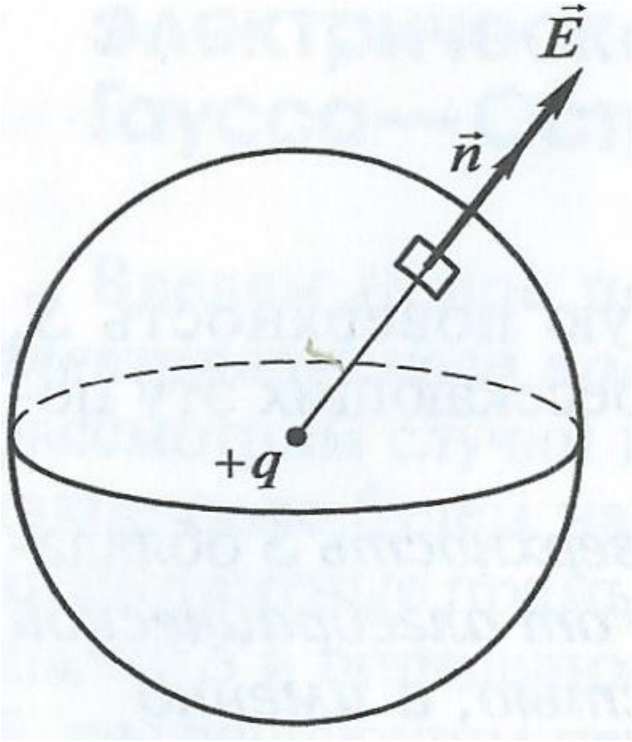
Это уравнение и составляет суть теоремы Гаусса – Остроградского:

Теорема Гаусса - Остроградского

Поток вектора $\vec{E}$ *через замкнутую поверхность равен алгебраической сумме зарядов, находящихся внутри этой поверхности, деленной на* ε_0.

$$\oint_S E_n dS = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_i^n q_i$$

Теорема Гаусса - Остроградского



Покажем справедливость этого утверждения. Рассмотрим вначале заряд q, находящийся в центре сферы радиуса R.
Тогда поток $\vec{E}$ через поверхность сферы

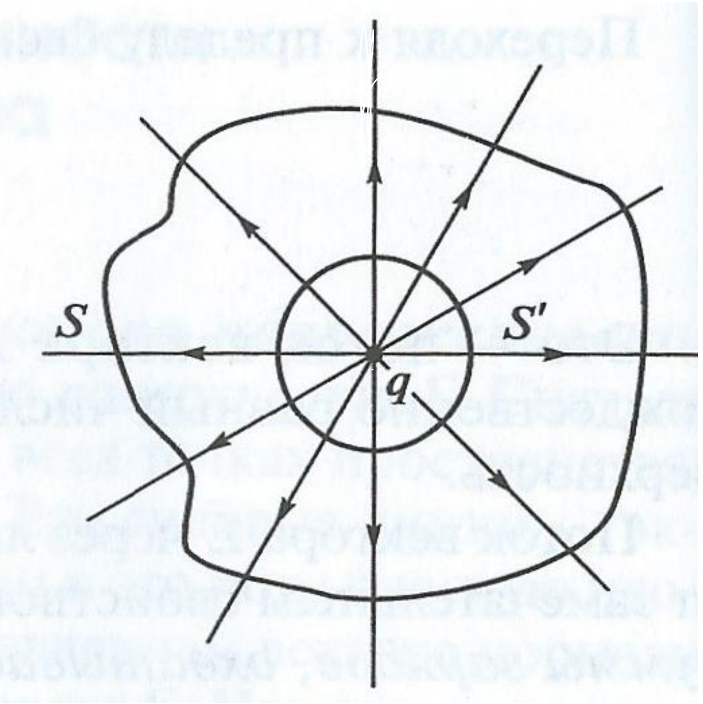
$$N = \int_S E_n dS$$

Поскольку вектор $\vec{E}$ параллелен вектору $\vec{n}$ в каждой точке сферы (см. рис.),

$$N = \oint_S \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{R^2} dS = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^2} \oint_S dS = \frac{q 4\pi R^2}{4\pi\varepsilon_0 R^2} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

для рассмотренного случая теорема справедлива.

Теорема Гаусса - Остроградского



1. Допустим, что заряд q находится не в центре сферы, а смещен относительно него. Изменится ли полученный результат? Очевидно, что, поскольку величина N тождественно равно числу силовых линий $\vec{E}$ пересекающих сферу, их количество не изменится, и при смещении заряда результат будет тот же.

2. Допустим, что замкнутая поверхность S не сфера, а поверхность произвольной формы (см. рис.). Проведем вокруг заряда q сферу S' произвольного радиуса; очевидно, что число силовых линий, пересекающих поверхности S и S' одинаково; следовательно,

$$N = \oint\!\!\!\oint_S E_n dS = \oint\!\!\!\oint_{S'} E_n dS' = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

Теорема Гаусса - Остроградского

3. Допустим, что внутри замкнутой поверхности S находится не один, а m точечных зарядов, тогда

$$N = \oint_S E_n dS = \oint_S \left(E_{n1} + \ldots + E_{nm} \right) dS = \oint_S E_{n1} dS + \ldots + \oint_S E_{nm} dS = \frac{q_1}{\varepsilon_0} + \ldots + \frac{q_m}{\varepsilon_0} = \frac{\sum_{i=1}^{m} q_i}{\varepsilon_0}$$

Таким образом

$$\oint_S E_n dS = \frac{\sum_{i=1}^{m} q_i}{\varepsilon_0}$$

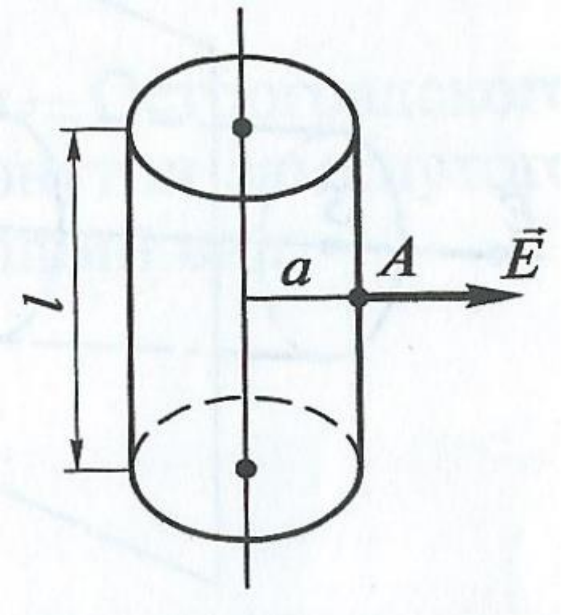
В числителе – алгебраическая сумма всех зарядов, находящихся внутри замкнутой поверхности.

Это – математическая формулировка теоремы Гаусса - Остроградского.

Теорема Гаусса - Остроградского

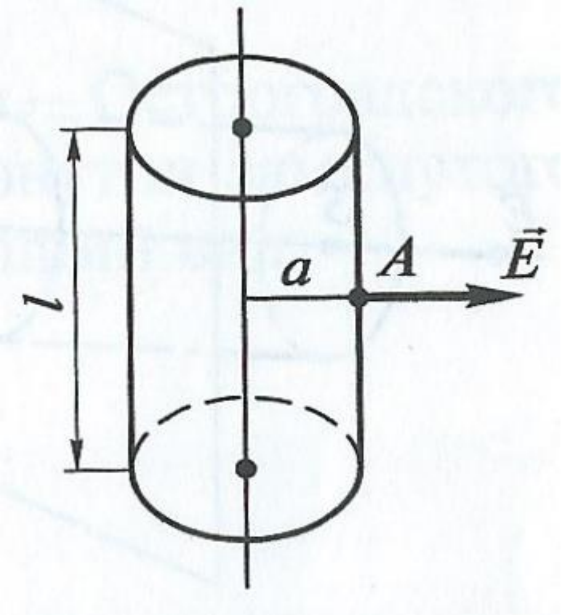
Если замкнутая поверхность находится в электрическом поле, но внутри этой поверхности *нет* заряда (или $\sum_i q_i = 0$), то поток вектора $\vec{E}$ $\oint_S E_n dS = 0$ и внутри такой поверхности напряженность электрического поля $\vec{E} = 0$.

Пример 1. Бесконечная заряженная нить



Найдем значение напряженности электрического поля на расстоянии a от бесконечной нити, заряженной с линейной плотностью заряда τ. В качестве вспомогательной замкнутой поверхности рассмотрим цилиндр радиуса a произвольной высоты l. Кусок нити с зарядом $q = \tau \cdot l$ расположен на оси цилиндра (рис.). Из соображений симметрии ясно, что силовые линии поля перпендикулярны нити; поэтому поток вектора напряженности $\vec{E}$ через основания цилиндра $N_{\text{осн.}}$ равен нулю $\left(\vec{E} \perp \vec{n}\right)$.

Пример 1. Бесконечная заряженная нить



Из соображений симметрии ясно, что силовые линии поля перпендикулярны нити; поэтому поток вектора напряженности $\vec{E}$ через основания цилиндра $N_{\text{осн.}}$ равен нулю $\left(\vec{E} \perp \vec{n}\right)$, и полный поток равен потоку напряженности через боковую поверхность цилиндра. Тогда по теореме Гаусса − Остроградского

$N = N_{\text{осн}} + N_{\text{бок}} = 0 + 2\pi aEl$, $2\pi aEl = \tau \cdot l / \varepsilon_0$, откуда

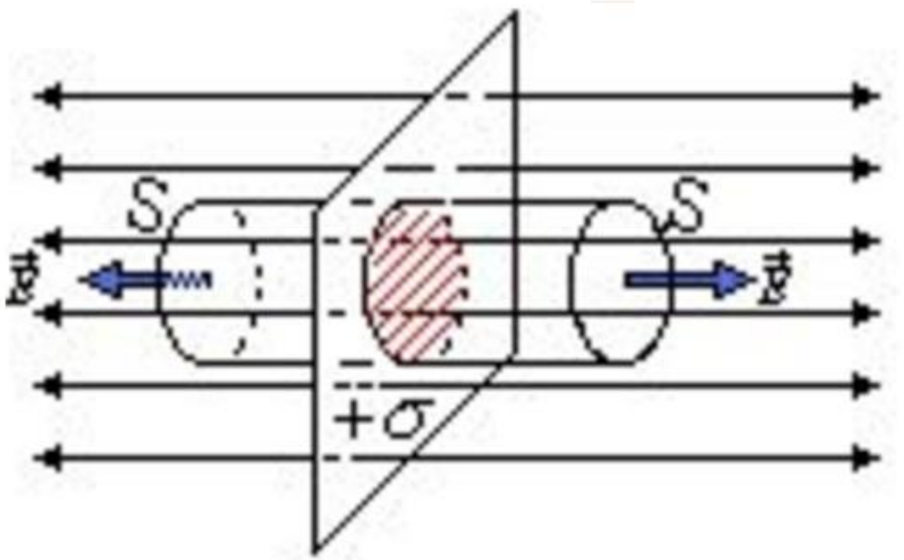
$$E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 a}$$

Этот же результат был получен нами ранее с использованием принципа суперпозиции гораздо более сложным способом.

Пример 2. Бесконечная заряженная плоскость

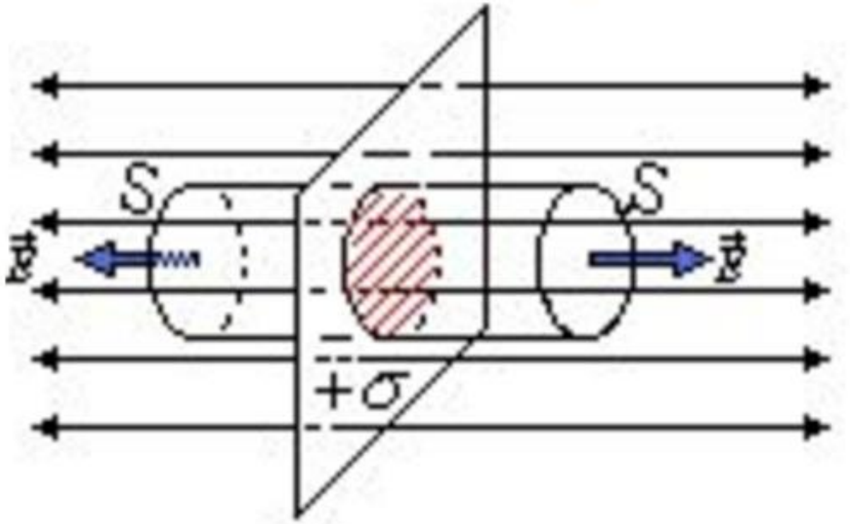
Бесконечная заряженная плоскость, поверхностная плотность заряда σ (рис.). Найдем величину напряженности поля на расстоянии a от плоскости.

Из соображений симметрии можно утверждать, что вектор напряженности $\vec{E}$ перпендикулярен плоскости.



Пример 2. Бесконечная заряженная плоскость

Построим вспомогательную поверхность – цилиндр длиной $2a$ с основанием площадью S и образующими, перпендикулярными плоскости. Тогда заряд внутри цилиндра (см. рис.) $q = \sigma\cdot S$. Поток вектора $\vec{E}$ через боковую поверхность цилиндра равен нулю $\left(\vec{E} \perp \vec{n}\right)$. Поскольку вектор нормали к основаниям цилиндра параллелен вектору $\vec{E}$, поток этого вектора через основания цилиндра $N_{\text{осн.}} = 2SE$,

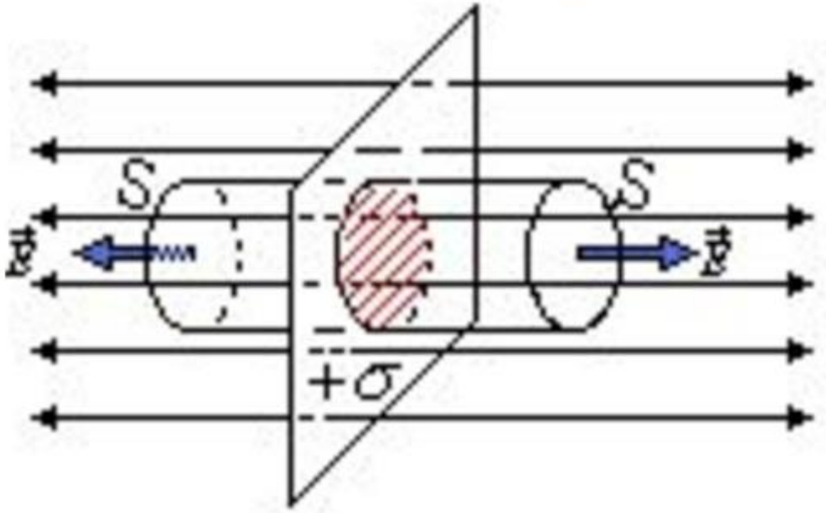


Пример 2. Бесконечная заряженная плоскость

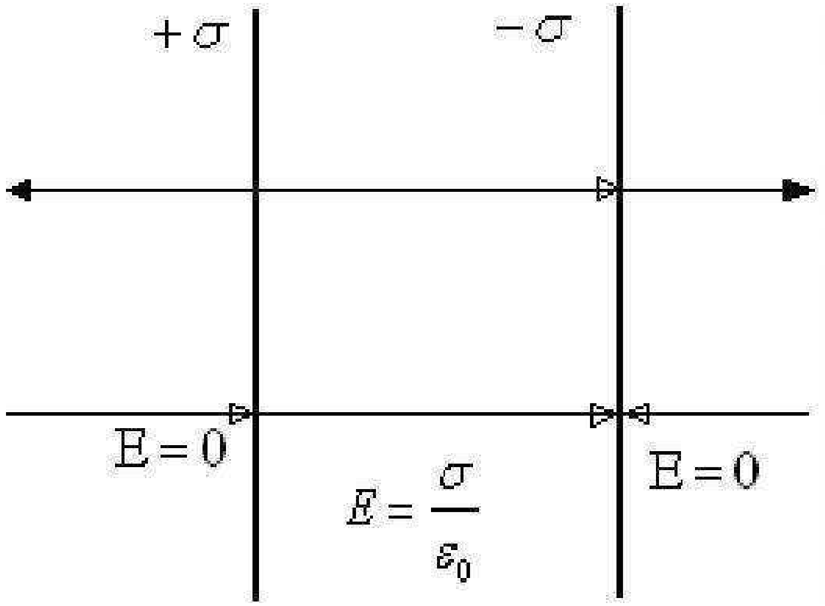
в соответствии с теоремой Гаусса-Остроградского $2SE = \dfrac{S\sigma}{\varepsilon_0}$, отсюда имеем

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

Примечательно, что величина поля в этом случае не зависит от a, и, следовательно, вектор $\vec{E}$ одинаков по величине во всем пространстве, окружающем плоскость, но его направление скачком меняется на противоположное при пересечении заряженной плоскости.



Пример 3. Две бесконечные параллельные разноименно заряженные плоскости



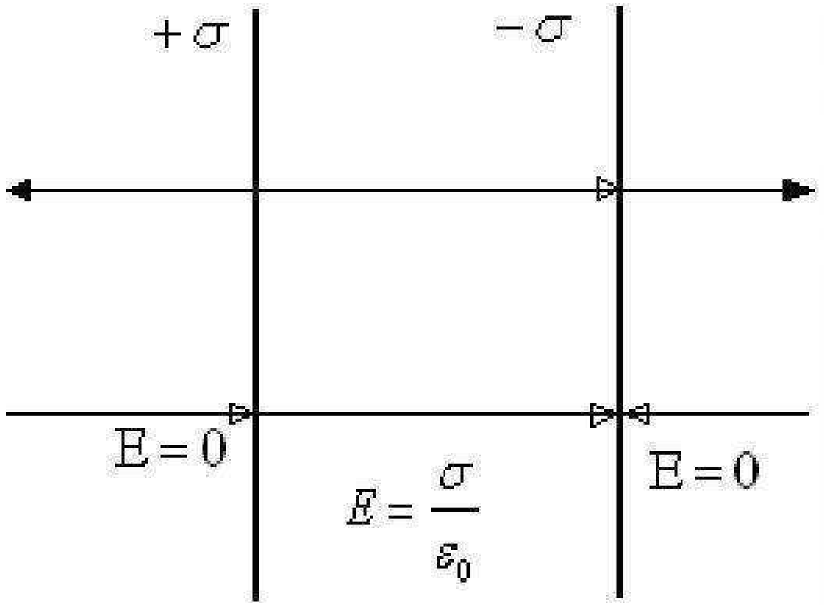
По величине поля создаваемое каждой плоскостью, равны между собой:

$$\left|\vec{E}_1\right| = \left|\vec{E}_2\right| = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

Однако вне поверхностей эти поля противоположны по направлению, и вне пространства между плоскостями взаимно компенсируются; из рисунка видно, что между поверхностями поля складываются, и суммарное поле равно

$$E = 2E_1 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

Пример 3. Две бесконечные параллельные разноименно заряженные плоскости



Для двух бесконечных разноименно заряженных плоскостей поле между ними однородно, то есть одинаково по величине и направлению в любой точке.

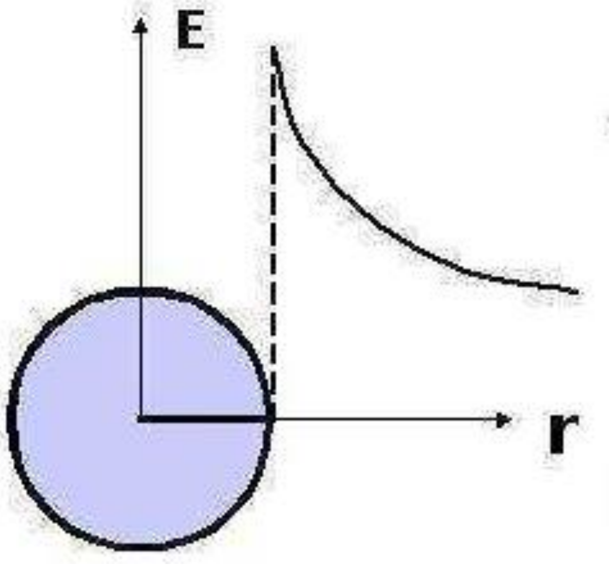
Пример 4. Напряженность электрического поля внутри и вне заряженной сферы.

Электрическое поле, создаваемое сферической поверхностью радиуса R, заряженной с постоянной поверхностной плотностью σ, будет обладать, очевидно, центральной симметрией. Это означает, что направление вектора $\vec{E}$ в любой точке проходит через центр сферы, а величина напряженности является функцией расстояния r от центра сферы.

Рассмотрим в качестве вспомогательной замкнутой поверхности сферу радиуса r с центром, совпадающем с центром заряженной сферы. Для всех точек этой поверхности $E_n = E(r)$. Если $r>R$, внутрь поверхности попадает весь заряд $q = 4\pi R^2\sigma$, создающий рассматриваемое поле. Следовательно,

$$E(r)\cdot 4\pi r^2 = \frac{4\pi R^2\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

Пример 4. Напряженность электрического поля внутри и вне заряженной сферы.



Отсюда $$E(r) = \frac{R^2\sigma}{\varepsilon_0 r^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

При $r \geq R$.

Сферическая поверхность радиуса $r<R$ не будет содержать зарядов, вследствие чего в этом случае $E(r)=0$.

Таким образом, внутри сферической поверхности, заряженной с постоянной поверхностной плотностью σ, поле отсутствует. Вне этой поверхности поле имеет такой же вид, как поле точечного заряда той же величины, помещенного в центре сферы.

Литература

Б.А. Струков, Л.Г. Антошина, С.В. Павлов. Физика. М., 2011,

С. 148-164.

Видео по теме лекции можно посмотреть на сайте swcusp.ukit.me в разделе меню «Видеоматериалы»

Тема следующей лекции: Работа сил электростатического поля. Потенциал электростатического поля. Проводники в электрическом поле