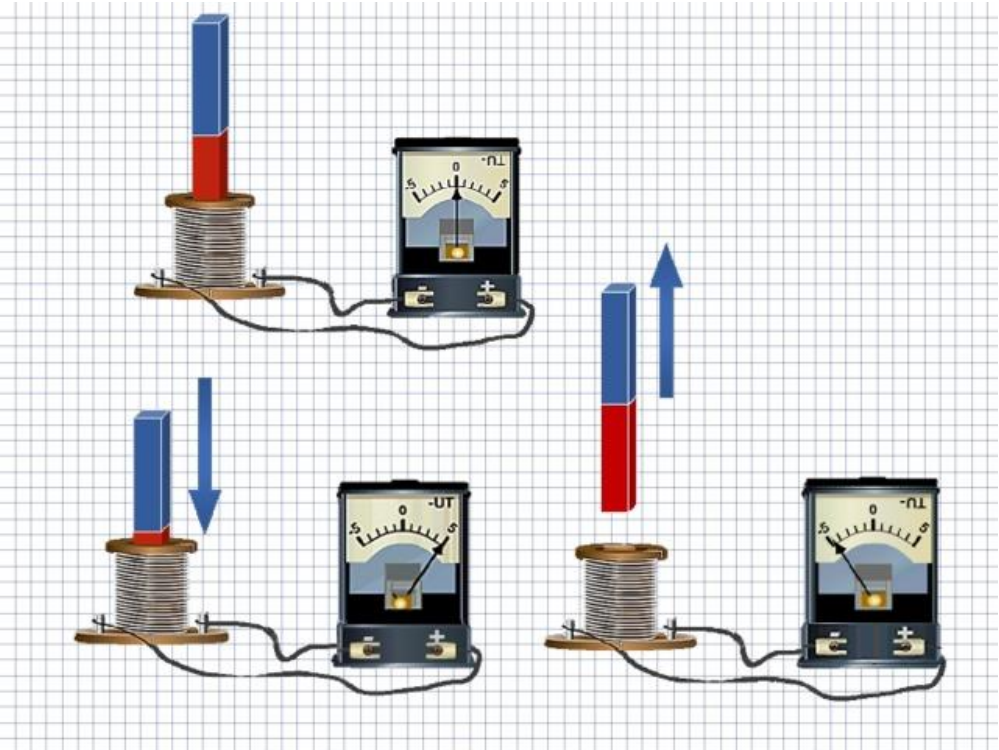
Тема лекции

Явление электромагнитной индукции. ЭДС самоиндукции. Индуктивность. Энергия магнитного поля. Квазистационарный переменный электрический ток. Закон Ома для цепи переменного тока.

Опыт Фарадея

Если электрический ток создает магнитное поле, то не может ли магнитное поле создавать электрический ток?
Превратить магнетизм в электричество смог в 1831 г. Майкл Фарадей, открыв закон электромагнитной индукции. Чтобы выяснить суть этого закона, проведем следующий опыт.

Опыт Фарадея



Подсоединим к гальванометру соленоид. При внесении в соленоид постоянного магнита гальванометр фиксирует электрический ток в соленоиде. Причем возникает ток только при движении магнита относительно соленоида. Направление тока зависит от направления движения магнита. (См. рис. и видео на сайте swcusp.ukit.me)

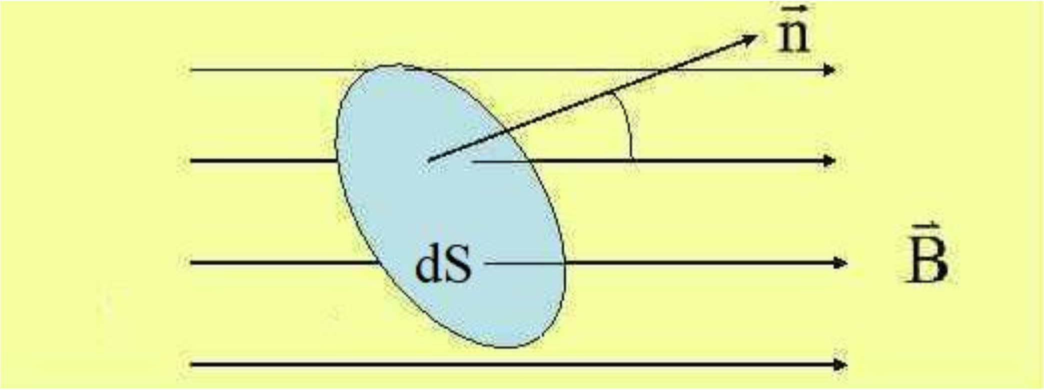
Магнитный поток

Для количественного описания возникновения электрического тока в соленоиде или замкнутом проводящем контуре введем понятие **потока вектора магнитной индукции**.

Потоком вектора магнитной индукции $\vec{B}$ (магнитным потоком) Ф через площадку dS называется скалярная физическая величина равная

$$d\Phi = \vec{B}\mathrm{d}\vec{S} = B_n \mathrm{d}S$$

$B_n = B\cos\alpha$ - проекция вектора $\vec{B}$ на направление нормали $\vec{n}$ к площадке dS, d$\vec{S}$ – вектор, модуль которого равен dS, а направление совпадает с направлением нормали $\vec{n}$ к площадке, α – угол между векторами $\vec{n}$ и $\vec{B}$.



Магнитный поток

Поток вектора через произвольную поверхность равен интегралу по поверхности *S*:

$$\Phi = \int_S B_n dS$$

Для однородного магнитного поля и плоской поверхности *S* получим $\Phi = B_n S = BS\cos\alpha$. Единица измерения магнитного потока Вебер [Вб]. 1 Вб=1 Тл·м². Один Вебер (1 Вб) – магнитный поток, проходящий через плоскую поверхность площадью 1 м², перпендикулярную однородному магнитному полю с индукцией *B* = 1 Тл.

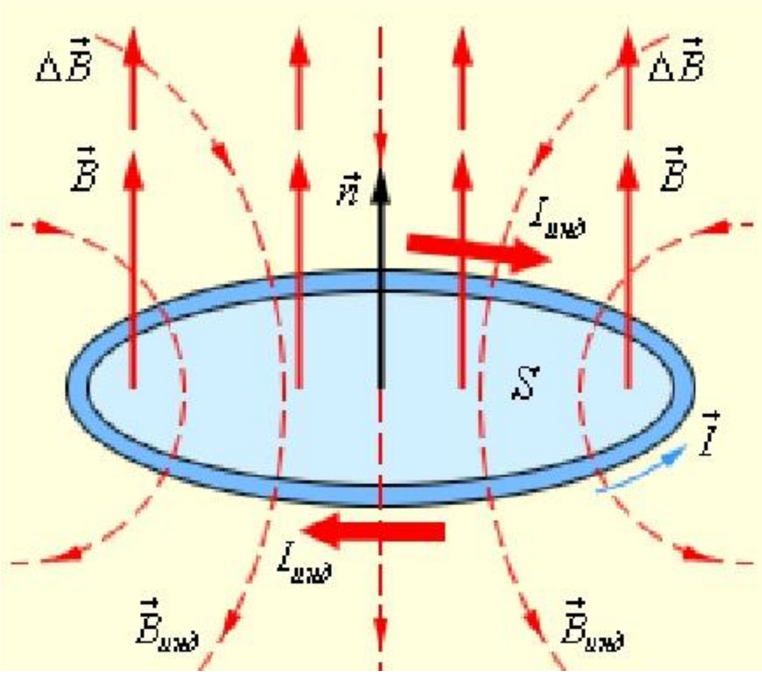
Явление электромагнитной индукции

Явление электромагнитной индукции - это возникновение в замкнутом проводящем контуре электрического тока, обусловленное изменением потока вектора магнитной индукции через поверхность, ограниченную контуром.

Если поле однородно, и вектор $\vec{B}$ перпендикулярен плоскости контура, то $\Phi = B \cdot S$. Опыт показывает, что если Ф изменяется, то есть $\frac{d\Phi}{dt} \neq 0$,

то по контуру пойдет ток. При этом безразлично, что изменяется, B, S или α, важно, что зависит от времени их произведение.

Правило Ленца



Возникающий ток $I_{\text{инд}}$ называется индукционным, и этот ток $I_{\text{инд}} \sim \frac{d\Phi}{dt}$ – пропорционален *скорости* изменения потока Ф. Ясно, что этот ток сам будет создавать индукцию магнитного поля. Направление индукционного тока определяется **правилом Ленца**: *Индукционный ток в контуре всегда направлен таким образом, что создаваемая этим током индукция магнитного поля стремится скомпенсировать изменение индукции магнитного поля, вызывающее этот ток*. (см. видео на сайте swcusp.ukit.me).

Таким образом, с учетом правила Ленца, мы можем записать: $I_{\text{инд}} \sim -\frac{d\Phi}{dt}$

Закон Фарадея. ЭДС индукции

Появление тока должно быть связано с возникновением в контуре электродвижущей силы – ЭДС индукции $\mathcal{E}_{\text{инд}}$: если сопротивление контура *R*,

$$I_{\text{инд}}R = \mathcal{E}_{\text{инд}} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Закон электромагнитной индукции Фарадея

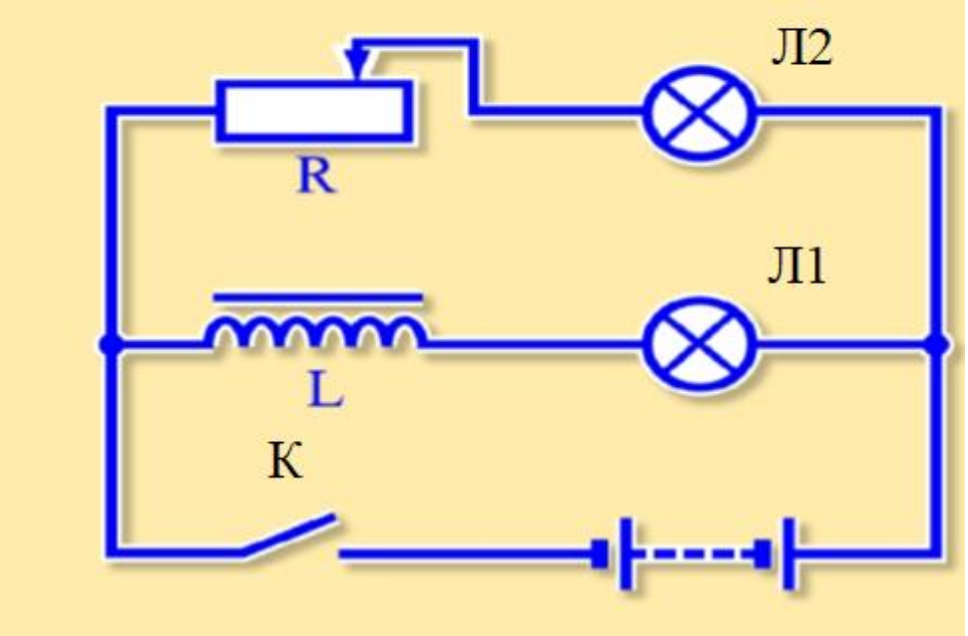
$$\mathcal{E}_{\text{инд}} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Такая электродвижущая сила возникает в любом замкнутом контуре, если по каким-то причинам поток вектора $\vec{B}$ через него $\Phi = \int\limits_S B_n dS$ изменяется со скоростью $\dfrac{d\Phi}{dt}$.

Явление самоиндукции

Самоиндукция – явление возникновения ЭДС индукции в контуре при изменении электрического тока в этом же контуре.

Как и ранее, по правилу Ленца, *ток самоиндукции будет направлен так, чтобы скомпенсировать вызванное изменением тока изменение магнитной индукции*.



В приведенной на рис. схеме лампочка Л1, включенная последовательно с катушкой-соленоидом L при замыкании ключа К загорается позже лампочки Л2, так как в соленоиде появляется ток самоиндукции, препятствующий нарастанию тока в лампочке (см видео на сайте swcusp.ukit.me).

Индуктивность

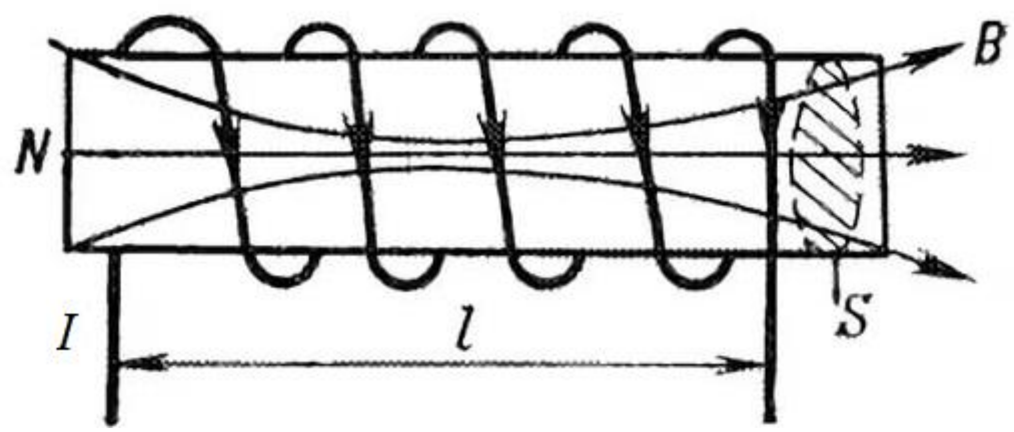
Когда ток идет по проводнику любой формы, создаваемая им индукция магнитного поля пропорциональна силе тока $B \sim I$ по закону Био-Савара-Лапласа. Поскольку также всегда поток Ф $\sim B$, то для магнитного потока через контур и протекающего через него тока I имеем Ф $\sim I$ или Ф = LI, где коэффициент пропорциональности L называется **индуктивностью** проводника. Имеем:

$$\mathcal{E}_{\text{с.и.}} = -L\frac{dI}{dt}$$

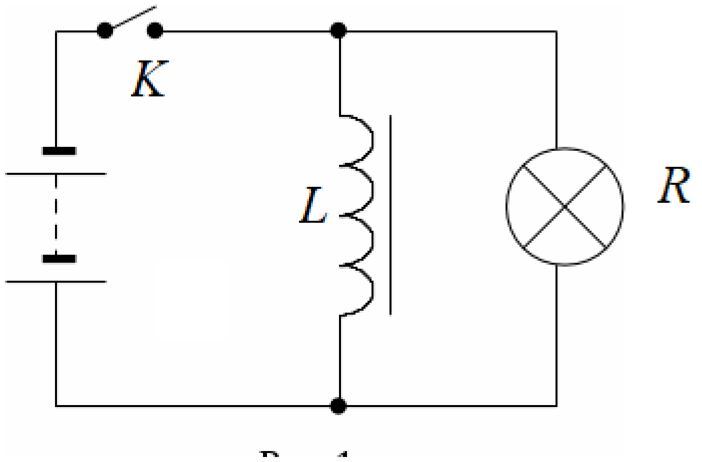
Если при изменении тока на 1 А за 1 секунду в контуре возникает ЭДС самоиндукции, равная 1 В, то говорят, что индуктивность L контура равна 1 Генри (Гн).

Индуктивность соленоида

Индуктивность зависит только от геометрических свойств контура или катушки (формы и размеров), а также от магнитных свойств среды, в которую помещен контур.
Определим индуктивность соленоида – катушки, длиной l, сечением S, имеющей n витков на 1 метр. Всего в катушке витков $N = n \cdot l$. Индукция магнитного поля в пустом соленоиде $B = \mu_0 nI$. Поток вектора $\vec{B}$ через площадь одного витка $\Phi_1 = \mu_0 nI \cdot S$, через все витки катушки $\Phi = \Phi_1 \cdot N = \mu_0 nI \cdot Snl = \mu_0 n^2 I \cdot V$.
Поскольку $\Phi = LI$, получаем $L = \mu_0 n^2 \cdot V$ ($V = lS$ – объем соленоида). Если соленоид заполнен веществом с магнитной проницаемостью μ, то $B = \mu_0 \mu nI$ и $L = \mu_0 \mu n^2 \cdot V$ – индуктивность возрастает в μ раз.

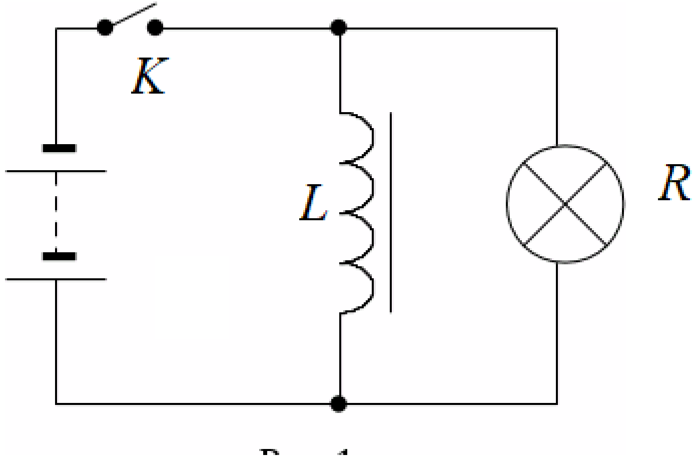


Энергия магнитного поля



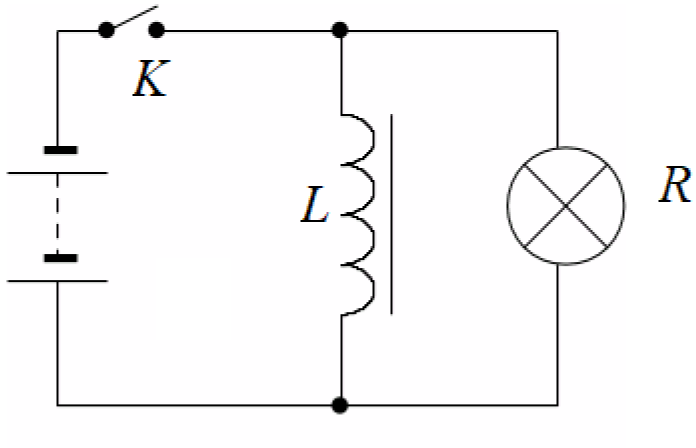
Магнитное поле, сосредоточенное в некотором объеме пространства, обладает определенной энергией, которая может переходить в другие виды энергии. Рассмотрим следующий опыт. Пусть мы имеем цепь, составленную из индуктивности L, сопротивления R и источника ЭДС (рис.).

Энергия магнитного поля



Когда ключ K замкнут, через L и R (лампочка) идет постоянный ток. При этом в соленоиде L возникает магнитное поле $B = \mu_0 nI$. В момент размыкания ключа лампочка ярко вспыхивает. Это означает, что магнитное поле, которое было связано с соленоидом, обладало определенной энергией, и эта энергия перешла в джоулево тепло (см. рис. и видео на сайте swcusp.ukit.me).

Энергия магнитного поля



Дополнительный ток связан, очевидно, с ЭДС самоиндукции; работа, совершаемая за время dt, будет

$$dA = \mathcal{E}_{\text{с.и.}} dq = \mathcal{E}_{\text{с.и.}} I dt = -L\frac{dI}{dt} I dt = -LIdI$$

и $A = -\int\limits_{I}^{0} LIdI = \dfrac{LI^2}{2}$ – полная работа, совершенная в цепи за счет исчезающего магнитного поля; следовательно, **энергия магнитного поля соленоида с индуктивностью *L*, по которому идет ток *I* равна**

$$W_m = \frac{LI^2}{2}$$

Плотность энергии магнитного поля

Магнитное поле является носителем энергии, за счет которой совершается работа A, в результате энергия магнитного поля переходит в джоулево тепло.

Преобразуем выражение для энергии магнитного поля, учитывая, что индуктивность $L = \mu_0 n^2 \cdot V$, индукция магнитного поля в соленоиде – $B = \mu_0 nI$:

$$W_m = \frac{LI^2}{2} = \frac{1}{2}\mu_0 n^2 I^2 V = \frac{B_0^2}{2\mu_0}V$$

Энергия, приходящаяся на единицу объема соленоида, то есть плотность энергии магнитного поля

$$w_m = \frac{W_m}{V} = \frac{B_0^2}{2\mu_0}$$

Плотность энергии магнитного поля

Если в соленоиде имеется сердечник из ферромагнетика с большим значением μ, то $L = \mu_0 \mu n^2 \cdot V$ и

$$w_m = \frac{\mu B_0^2}{2\mu_0}$$

Энергия, заключенная в соленоиде, возрастает в μ раз по сравнению с пустым соленоидом.

Следует иметь в виду, что B_0 – индукция магнитного поля в *пустом* соленоиде. Индукция *в веществе* $B = \mu B_0$, поэтому иногда можно встретить выражение для плотности энергии магнитного поля в виде

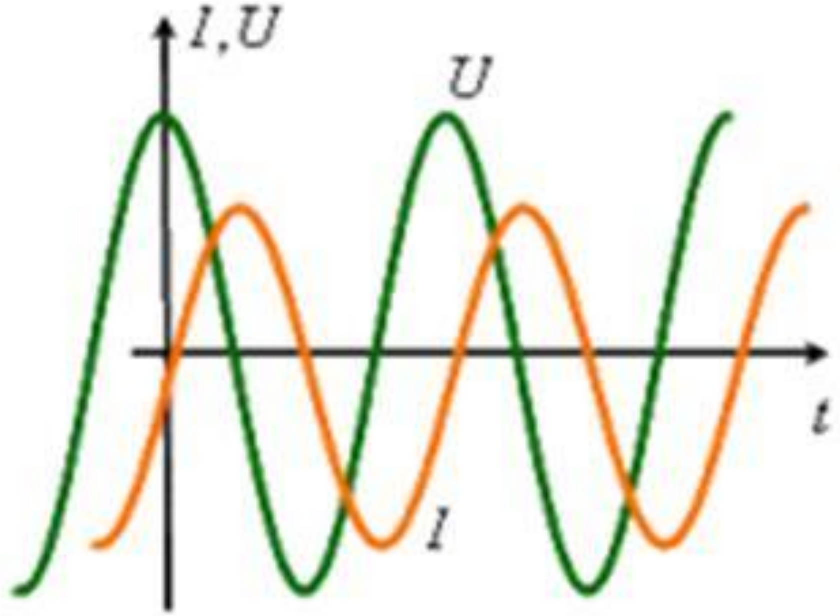
$$w_m = \frac{B^2}{2\mu_0 \mu}$$

Синусоидальный ток

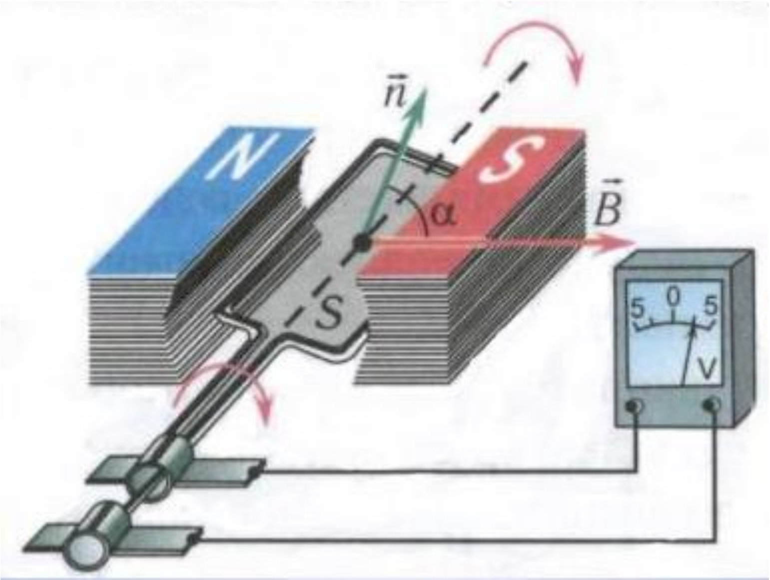
Фундаментальную роль в теории и на практике играют ток и напряжение, величины которых со временем изменяются по гармоническому закону

$I = I_0 \sin(\omega t + \varphi)$,

$U = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$.

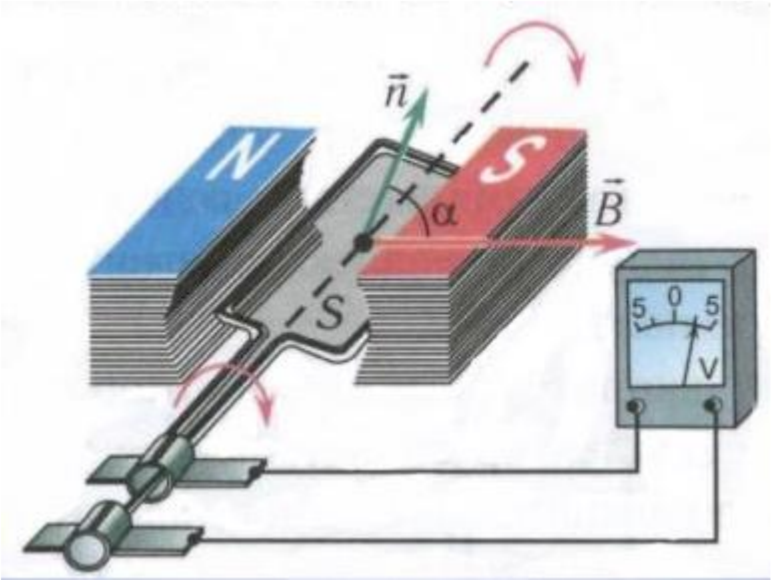


Генератор переменного тока



Ток, зависимость которого от времени имеет вид, представленный на рисунке предыдущего слайда, получают с помощью устройств – электрогенераторов, работа которых основана на законе электромагнитной индукции Фарадея. Пусть в однородном магнитном поле $\vec{B}$ с постоянной угловой скоростью ω вращается рамка, площадь которой S (рис.). Рамка через скользящие контакты замкнута на внешнюю нагрузку, в данном случае – вольтметр. (О переменном токе см. также видео на сайте swcusp.ukit.me)

Генератор переменного тока



Поток вектора $\vec{B}$ при вращении рамки непрерывно изменяется:

$$\Phi = B_n S = B_0 S\cos\alpha = B_0 S\cos\omega t,$$

поскольку рамка вращается равномерно.

Тогда ЭДС индукции и сила тока равны

$$\varepsilon_{\text{инд}} = -\frac{d\Phi}{dt} = B_0 S\omega\sin\omega t,$$

$$I_{\text{инд}} = \frac{B_0 S\omega}{R}\sin\omega t = I_0\sin\omega t,$$

R – сопротивление вольтметра.

Квазистационарные токи

Можно ли для нестационарных токов применять законы постоянного тока? Да, для расчета некоторых параметров непостоянного тока применяются эти законы, если ток – квазистационарный (как бы стационарный).

Квазистационарным называется такой нестационарный ток, мгновенные значения которого практически одинаковы на всех участках цепи.

При каких условиях непостоянный ток можно считать квазистационарным? Это возможно, если время изменения его характеристик значительно больше, чем время установления электрического равновесия в цепи.

Движение зарядов на всех участках цепи происходит под действием электрического поля, которое распространяется практически со скоростью света $c \sim 3{\cdot}10^8$ м/с .

Следовательно, на участке цепи длиной l электромагнитное возмущение распространяется за время

$$\tau = \frac{l}{c}$$

Квазистационарные токи

Если принять длину электрической цепи в лаборатории равной l = 3 м, то время распространения электромагнитного возмущения в такой цепи будет $t = 10^{-8}$ с.

Тогда для переменного тока с частотой 50 Гц период изменения его мгновенных значений T = 0,02 с, что значительно больше времени установления этих значений в цепи длиной 3 м. Поэтому для расчетов некоторых величин в такой цепи можно использовать законы стационарного тока.

В лабораторных цепях такой длины токи частотой даже до 1 МГц можно считать квазистационарными.

Таким образом, условие квазистационарности токов можно записать в виде

$$T >> \frac{l}{c}$$

Закон Ома для квазистационарных токов

Для квазистационарных токов в каждый момент времени можно применять закон Ома – как для постоянных токов.

Установим связь между амплитудными значениями силы тока и напряжения в простейших цепях, содержащих сопротивление R, конденсатор C и индуктивность L.

Закон Ома для активного сопротивления R

Пусть в цепи имеется активное сопротивление R, через которое течет ток $I = I_0\cos\omega t$. (см. рис.). В каждый момент времени для мгновенных значений силы тока $I(t)$ и напряжения $U(t)$ имеет место связь, выражаемая законом Ома:

$U_R = I(t)R = I_m\cos\omega t\cdot R = U_m\cos\omega t.$

Видно, что напряжение совершает колебания с частотой ω и с той же фазой, что и ток. Пиковые (амплитудные) значения тока и напряжения связаны соотношением

$U_m = I_mR$ или $I_m = \frac{U_m}{R}$.

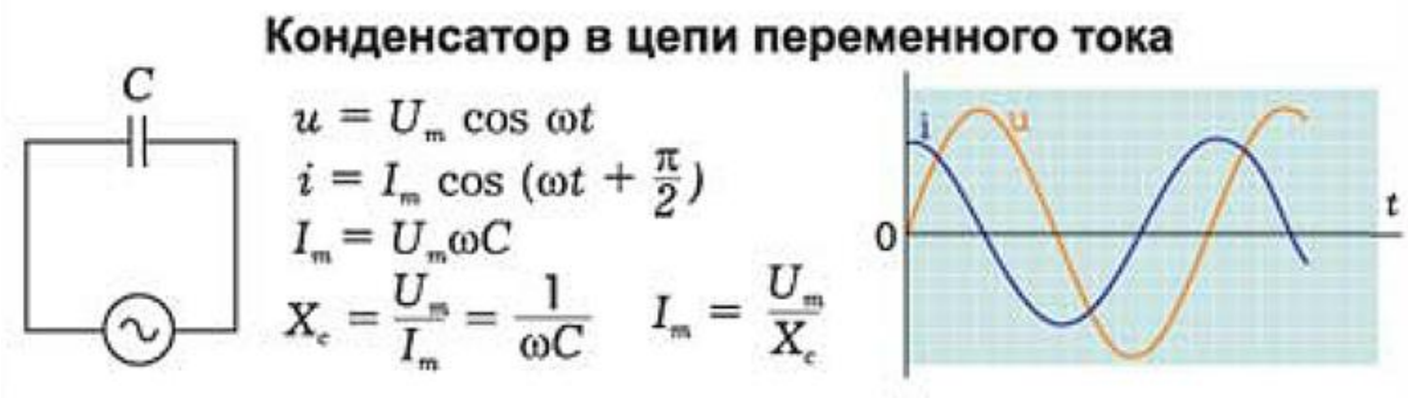
Закон Ома для емкости *C*

Пусть в цепи имеется конденсатор емкостью *C*. По постоянному току он имеет бесконечное сопротивление. Для переменного тока $U = U_m\cos\omega t$ ситуация иная (см. рис.). Мгновенный заряд конденсатора $q = CU = CU_m\cos\omega t$. Мгновенное значение тока через конденсатор

$$I = \frac{dq}{dt} = -\omega C U_m \sin\omega t = \omega C U_m \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = I_m \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

откуда следует $U_m = \frac{I_m}{\omega C}$; величина $R_C = \frac{1}{\omega C}$ играет роль сопротивления и называется **емкостным сопротивлением.**

Ток меняется с той же частотой, что и напряжение, а напряжение отстает от тока по фазе на π/2 (рис.). (О конденсаторе в цепи переменного тока см. также видео на сайте swcusp.ukit.me)



Закон Ома для индуктивности L

Пусть в цепи имеется катушка-соленоид с индуктивностью L, и через нее течет ток $I = I_m \cos\omega t$. (см. рис.). На этом участке цепи возникает ЭДС самоиндукции

$$\mathcal{E}_{\text{с.и.}} = -L\frac{dI}{dt}.$$

Кроме того, имеется переменное напряжение U_L, создающее электрический ток. В соответствии с законом Ома для неоднородного участка цепи $IR = \mathcal{E}_{\text{с.и.}} + U_L = 0$, так как $R = 0$.

Закон Ома для индуктивности L

Поэтому

$$U_L = -\mathcal{E}_{\text{с.и.}} = L\frac{dI}{dt}$$

Таким образом,

$$U_L(t) = -L\omega I_m \sin\omega t = U_m \cos(\omega t + \pi/2),$$

где U_m – амплитудное значение напряжения; величина $R_L = \omega L$ играет роль сопротивления и называется **индуктивным сопротивлением**. Видно, что переменный ток отстает от напряжения на $\pi/2$ (рис.). При $\omega \to 0$ $R_L \to 0$, то есть при постоянном токе индуктивное сопротивление равно нулю. (Об индуктивности в цепи переменного тока см. также видео на сайте swcusp.ukit.me)

Мощность в цепях переменного тока

Мы знаем, что когда по активному сопротивлению R идет ток I, на сопротивлении за 1 с, в соответствии с законом Джоуля-Ленца, выделяется следующее количество тепла:

$Q/t = P = I^2R = IU$.

Если мы рассматриваем цепи переменного тока, то эта мощность выделяется также; посчитаем ее величину.

На активном сопротивлении

$I = I_0\sin\omega t$, $U = U_0\sin\omega t$.

За малый промежуток времени dt на сопротивлении R выделится количество теплоты

$dQ = Pdt = IUdt = I_0U_0\sin^2\omega t dt$.

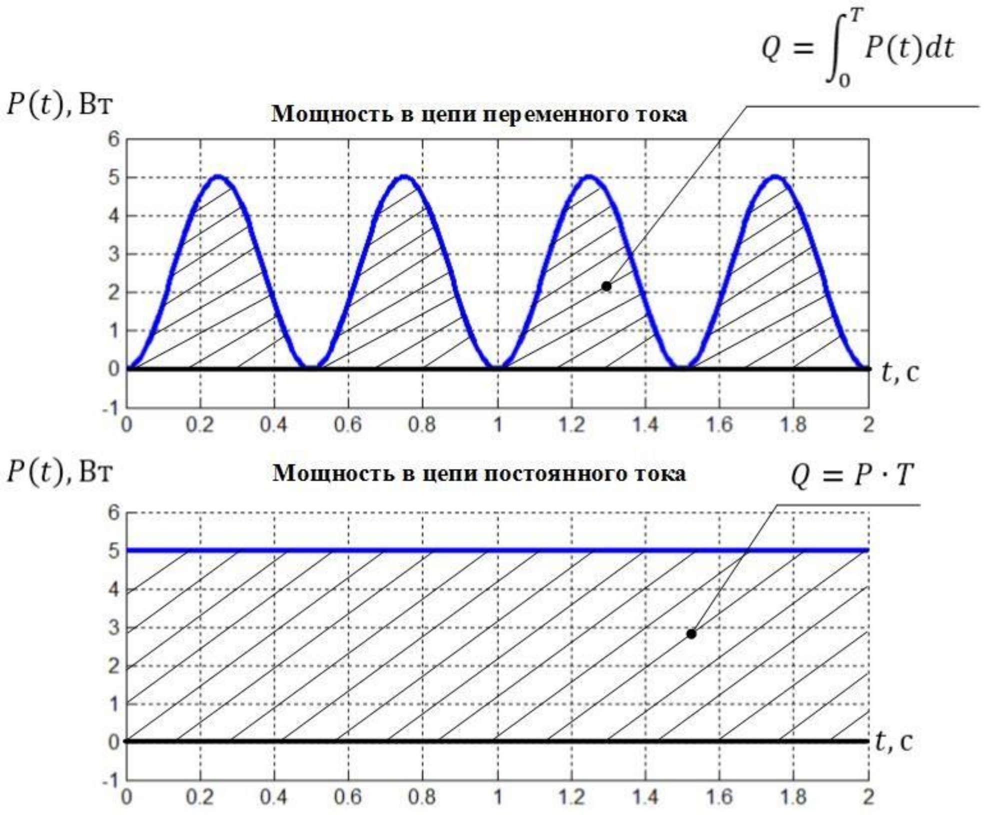
Мощность в цепях переменного тока

Естественно, что практический интерес представляет не мгновенная мощность, а ее среднее значение $\bar{P}$ например, *за один полный период* изменения I и U; пусть P_T - мощность, выделяемая в цепи за один период, тогда

$$\bar{P} = \frac{P_T}{T} = \frac{1}{T}\int_0^T I_0 U_0 \sin^2 \omega t dt = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{1}{2} I_0 U_0 \left(1 - \cos 2\omega t\right) dt = \frac{1}{2} I_0 U_0$$

так как $\int_0^T \cos 2\omega t dt = 0$.

Мощность в цепях переменного тока



Формула $\bar{P} = \frac{1}{2} I_0 U_0$ отличается от соответствующей формулы для постоянного тока множителем 1/2: для постоянного тока $P = IU$. Мы можем сказать, что для переменного тока $\bar{P} = I_0^{эфф} U_0^{эфф}$, где

$$I_0^{эфф} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}, U_0^{эфф} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$$

$I^{эфф}$ и $U^{эфф}$ называются **эффективными или действующими значениями силы тока и напряжения** и в $\sqrt{2}$ раз меньше, чем соответствующие амплитудные значения.

.

Коэффициент мощности

Если цепь содержит не только R, но L и C, между I и U появится какой-то сдвиг фазы φ. В этом случае

$I = I_0 \sin\omega t$, $U = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$.

Производя тригонометрические преобразования, получим

$$\bar{P} = \frac{1}{2} I_0 U_0 \cos\varphi = I_0^{\text{эфф}} U_0^{\text{эфф}} \cos\varphi$$

Величина cosφ называется **коэффициентом мощности.** (О коэффициенте мощности см. также видео на сайте swcusp.ukit.me)

.

Коэффициент мощности

Если I и U изменяются в фазе – φ =0, cosφ = 1 – получаем результат для выделения мощности на активном сопротивлении.

Если цепь состоит из только емкости или только из индуктивности, то $\varphi = \pm\frac{\pi}{2}$ и cosφ = 0, *P* = 0. Это значит, что *в этом случае в цепи джоулево тепло не выделяется*.

Ясно, что в сложных цепях, состоящих из емкостей, индуктивностей, активных сопротивлений, $0<|\varphi|<\frac{\pi}{2}$ и значение величины φ определяет потери энергии, связанные с выделением джоулева тепла.

.

Литература

Б.А. Струков, Л.Г. Антошина, С.В. Павлов. Физика. М., 2011,
С. 219-228.

Тема следующей лекции: Электромагнитные колебания и волны