

Тема семинара:

Постоянный электрический ток. Магнитное поле токов. Закон Био-Савара-Лапласа. Сила Ампера. Сила Лоренца

Сила тока

Силой тока называется скалярная физическая величина, равная отношению заряда dq , переносимого через рассматриваемую поверхность за малый промежуток времени, к величине dt этого промежутка:

$$I = \frac{dq}{dt}$$

Электрический ток называется постоянным, если сила тока и его направление не меняются во времени. Для постоянного тока

$$I = \frac{q}{t} \frac{\text{Кл}}{\text{с}}$$

Единица силы тока в СИ ампер $1 \text{ А} = 1 \text{ Кл/с}$, сила тока, при которой в одну секунду через сечение проводника проходит заряд 1 Кл.

Постоянный электрический ток

Величина, равная работе сторонних сил, отнесенной к единице положительного заряда, называется электродвижущей силой (ЭДС) $\mathcal{E} = A / q$.

Напряжением (или падением напряжения) U_{12} на участке цепи 1–2 называется физическая величина, численно равная работе, совершаемой результирующим полем электростатических и сторонних сил при перемещении вдоль цепи из точки 1 в точку 2 единичного положительного заряда:

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}.$$

При отсутствии сторонних сил напряжение U совпадает с разностью потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$.

Закон Ома для участка цепи

Закон Ома для участка цепи, не содержащей ЭДС: сила тока, текущего по однородному металлическому проводнику, пропорциональна падению напряжения U на проводнике: $I = U / R$ (в интегральной форме).

Сопротивление проводника R зависит от свойств проводника и его геометрических размеров

$$R = \rho l / S,$$

где ρ — удельное сопротивление, т.е. сопротивление проводника длиной 1 м с площадью поперечного сечения 1 м²; l — длина проводника, S — площадь поперечного сечения проводника. Единица сопротивления 1 Ом.

Проводник имеет сопротивление 1 Ом, если при разности потенциалов 1 В сила тока в нем 1 А.

Обобщенный закон Ома

Обобщенный закон Ома для участка цепи с ЭДС: произведение электрического сопротивления участка цепи на силу тока в нем равно сумме падения электрического потенциала на этом участке и ЭДС всех источников электрической энергии, включенных на рассматриваемом участке:

$$IR = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_{12}.$$

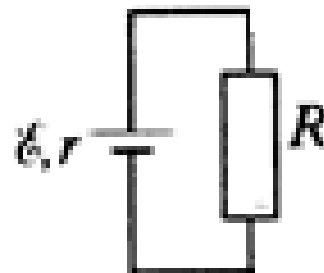
Закон Ома в дифференциальной форме: плотность тока проводимости пропорциональна напряженности E электрического поля в проводнике и совпадает с ней по направлению, т.е. $j = \gamma E = E / \rho$.

Коэффициент пропорциональности γ называется удельной электрической проводимостью среды, а величина $\rho = 1/\gamma$ — удельным электрическим сопротивлением среды.

Закон Ома для замкнутой цепи

Полная замкнутая цепь состоит из внешнего сопротивления R и источника тока с ЭДС равным \mathcal{E} и внутренним сопротивлением r . Сила тока в полной цепи прямо пропорциональна ЭДС источника тока и обратно пропорциональна полному сопротивлению цепи (закон Ома для полной цепи) (рис.).

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$$



Задача 1

Два элемента с одинаковыми ЭДС \mathcal{E} и разными внутренними сопротивлениями r_1 и r_2 соединены последовательно и замкнуты на внешнее сопротивление R . Найти разность потенциалов на зажимах каждого элемента. Какова должна быть величина внешнего сопротивления R , чтобы разность потенциалов на полюсах первого элемента была равна нулю?

Последовательное соединение проводников

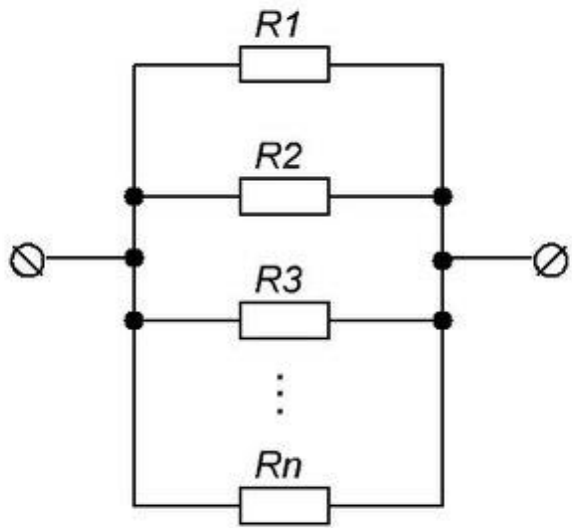
При последовательном соединении проводников электрическая цепь не имеет разветвлений. Поэтому сила тока в проводниках имеет одинаковое значение: $I_1 = I_2 = I_3 = \dots = I_n = I$. Напряжение U на концах участка цепи складывается из напряжений на каждом из проводников (резисторов): $U = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$. Применяя закон Ома для каждого из резисторов и для участка цепи в целом, получаем

$IR_{\text{общ}} = IR_1 + IR_2 + IR_3 + \dots + IR_n$, откуда следует, что общее сопротивление цепи равно сумме сопротивлений:

$$R_{\text{общ}} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n.$$



Параллельное соединение проводников



При параллельном соединении проводников (резисторов) электрический ток I разветвляется на части, а напряжение U на всех резисторах одинаковое. Таким образом, общий ток в цепи

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_n.$$

Снова применяя закон Ома для участка цепи для всей цепи и для каждого резистора в отдельности получаем:

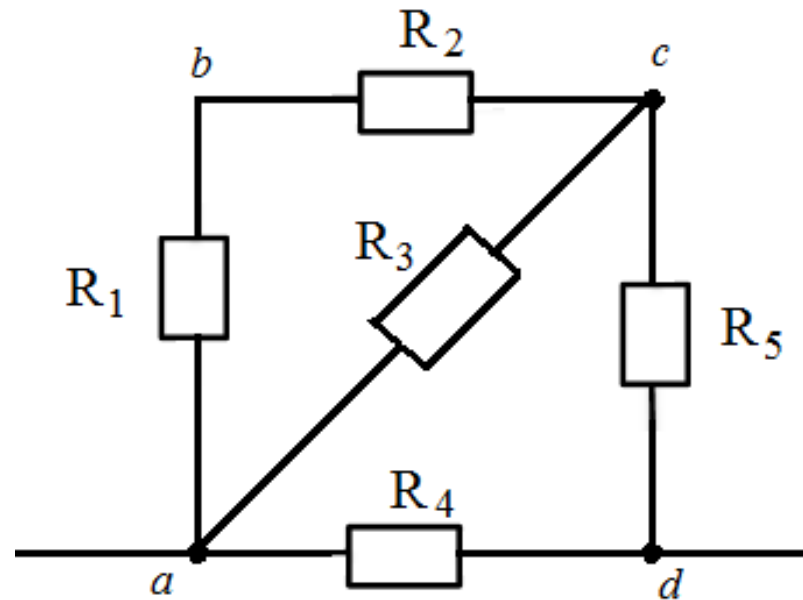
$$\frac{U}{R_{\text{общ}}} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3} + \dots + \frac{U}{R_n}$$

Откуда видно, что величина, обратная общему сопротивлению участка цепи равна сумме величин, обратных сопротивлениям отдельных проводников:

$$\frac{1}{R_{\text{общ}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

Задача 2

Вычислите общее сопротивление R_{ad} между точками a и d в схеме, изображенной на рис. Все резисторы имеют одинаковое сопротивление: $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = r$.



Закон Джоуля-Ленца

При совершении кулоновскими силами работы A происходит выделение тепла Q , причем $Q = A$, следовательно, $Q = IUt = I^2Rt = U^2t / R$. Если сила тока изменяется со временем, то (закон Джоуля–Ленца)

$$Q = \int_0^t Ri^2 dt$$

Закон Джоуля–Ленца в дифференциальной форме: объемная плотность тепловой мощности тока (энергия, которая выделяется в единице объема за единицу времени) равна скалярному произведению векторов плотности тока и напряженности электрического поля $w = jE = \gamma E^2 = E^2 / \rho$.

Задача 3

По проводнику сопротивлением $R = 3$ Ом течет ток, сила которого линейно возрастает. За время $\tau = 8$ с в проводнике выделилось количество теплоты $Q = 200$ Дж. Определить заряд q , протекший за это время по проводнику. В начальный момент времени сила тока в проводнике равна нулю.

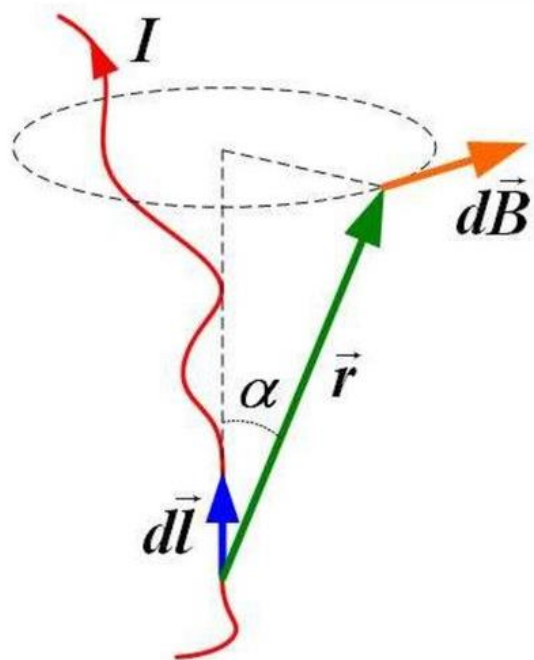
Вектор магнитной индукции \vec{B} является силовой характеристикой магнитного поля.

Для него справедлив принцип суперпозиции:

Индукция магнитного поля \vec{B} , возникающая благодаря наличию в пространстве нескольких проводников с током, равна векторной сумме полей \vec{B}_i , возникающих от каждого тока в отдельности:

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^n \vec{B}_i$$

Закон Био-Савара-Лапласа



Закон Био-Савара-Лапласа (БСЛ) устанавливает величину и направление вектора магнитной индукции в $d\vec{B}$ данной точке, созданного элементом тока $I d\vec{l}$. В векторной форме закон БСЛ

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I [d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}$$

В скалярной форме закон БСЛ

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin \alpha}{r^2}$$

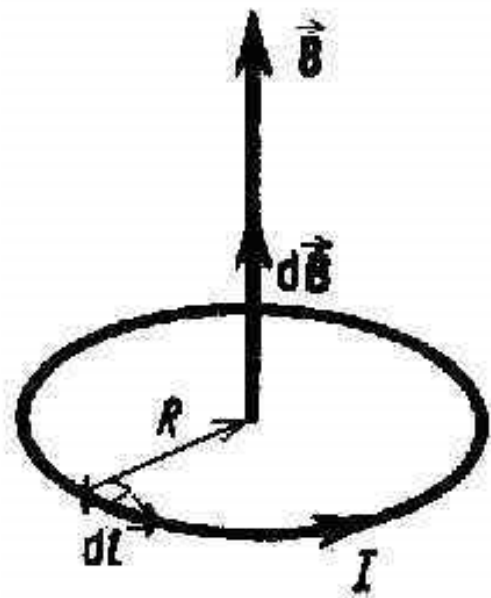
Магнитное поле в центре кругового тока

Очевидно, здесь $\alpha = 90^\circ$. Каждый элемент тока создает в точке O индукцию, равную по величине.

$$|d\vec{B}| = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Idl}{R^2}$$

Интегрируя, получаем

$$|\vec{B}| = \int_L \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{R^2} dl = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{R^2} \cdot 2\pi R = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{I}{R}$$



Направление вектора \vec{B} перпендикулярно площади витка — вверх (если ток идет против часовой стрелки) или вниз (если ток идет по часовой стрелке), то есть в направлении положительной нормали к витку с током.

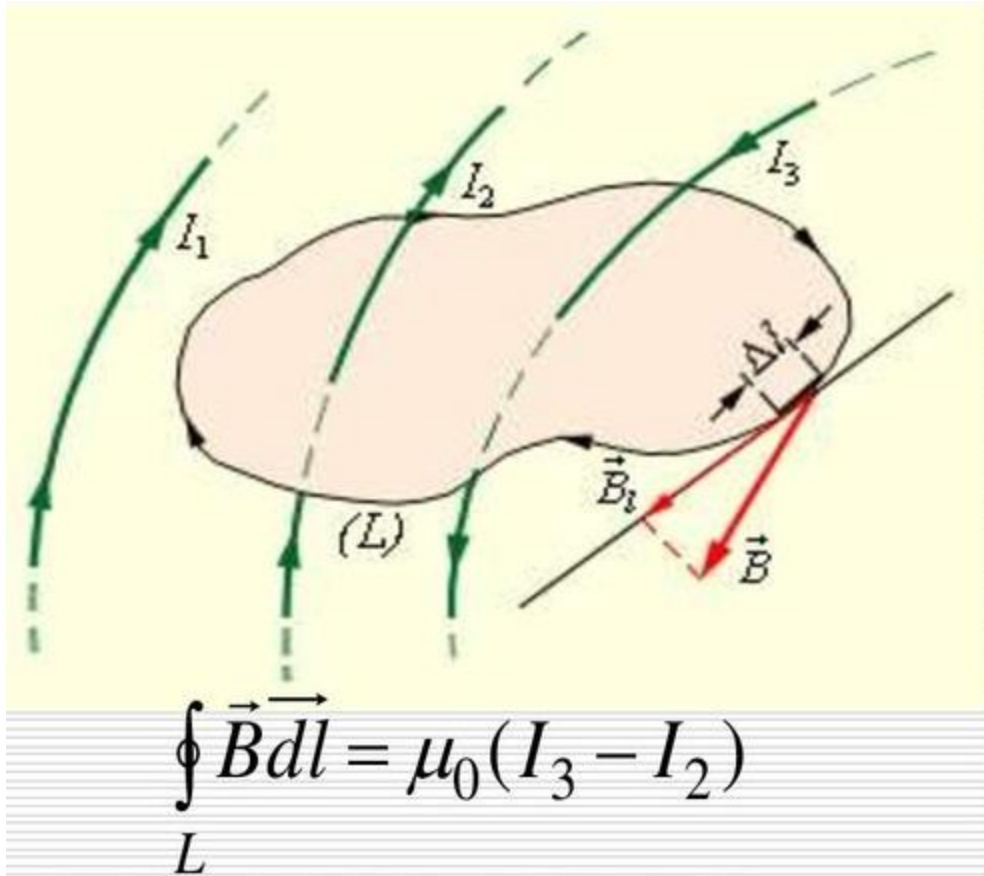
Ответ: $|\vec{B}| = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{I}{R}$

Теорема о циркуляции вектора \vec{B}

Циркуляция вектора \vec{B} по произвольному замкнутому контуру равна алгебраической сумме токов, пересекающих поверхность, ограниченную этим контуром, умноженной на μ_0 :

$$\oint_S \vec{B}_t dl = \mu_0 \sum_i I_i$$

Расчеты магнитного поля токов часто упрощаются при учете симметрии в конфигурации токов, создающих поле. В этом случае расчеты можно выполнять с помощью теоремы о циркуляции вектора магнитной индукции, а также интеграл заменять произведением.



Задача 4

На тонкий тороид радиуса r из немагнитного материала равномерно намотана катушка из N витков. Найти магнитную индукцию внутри тороида, если по катушке пропускают постоянный ток I .

Сила Ампера

Если в магнитном поле с индукцией \vec{B} находится элемент проводника $d\vec{l}$ с током I , то на него действует сила Ампера, равная

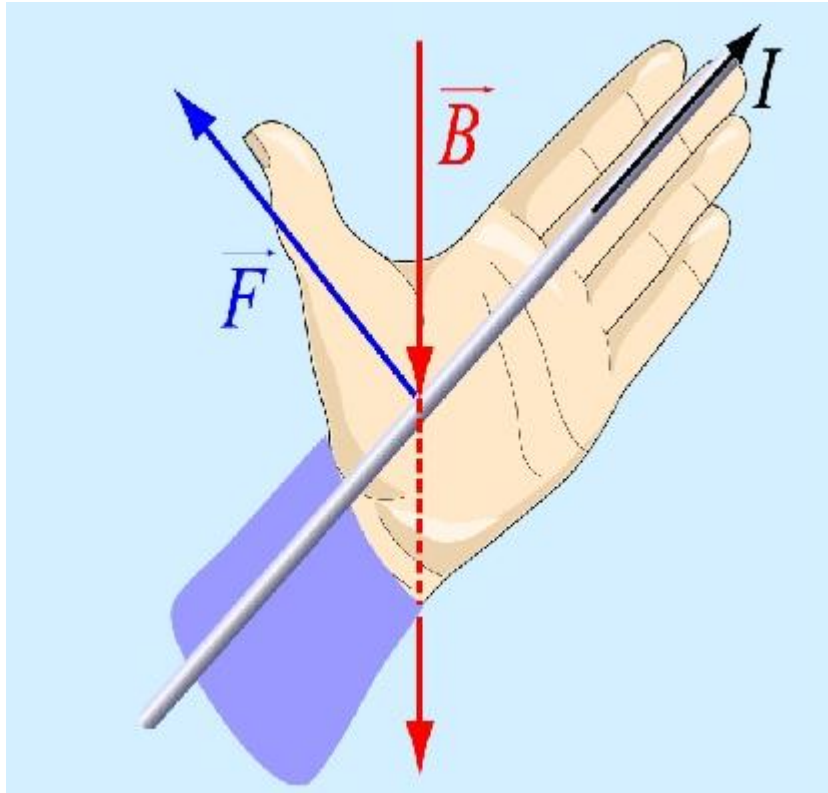
$$d\vec{F}_A = [Id\vec{l} \cdot \vec{B}].$$

Если поле однородно, проводник прямолинейный и его длина l , то

$$\vec{F}_A = I [\vec{l} \cdot \vec{B}]$$

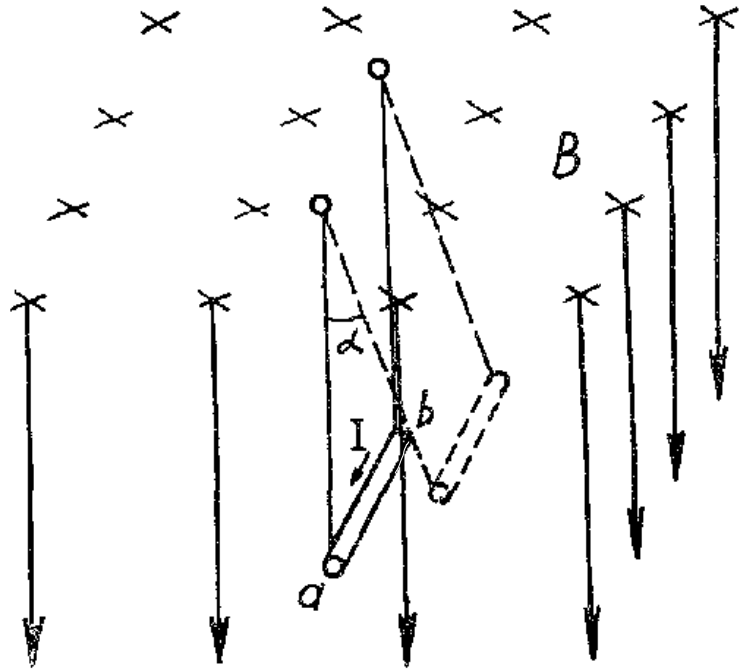
Если магнитное поле однородно, а проводник прямолинейный, то $F = IBlsin\alpha$, где α — угол между током (вектором плотности тока) в проводнике и вектором магнитной индукции.

Правило левой руки



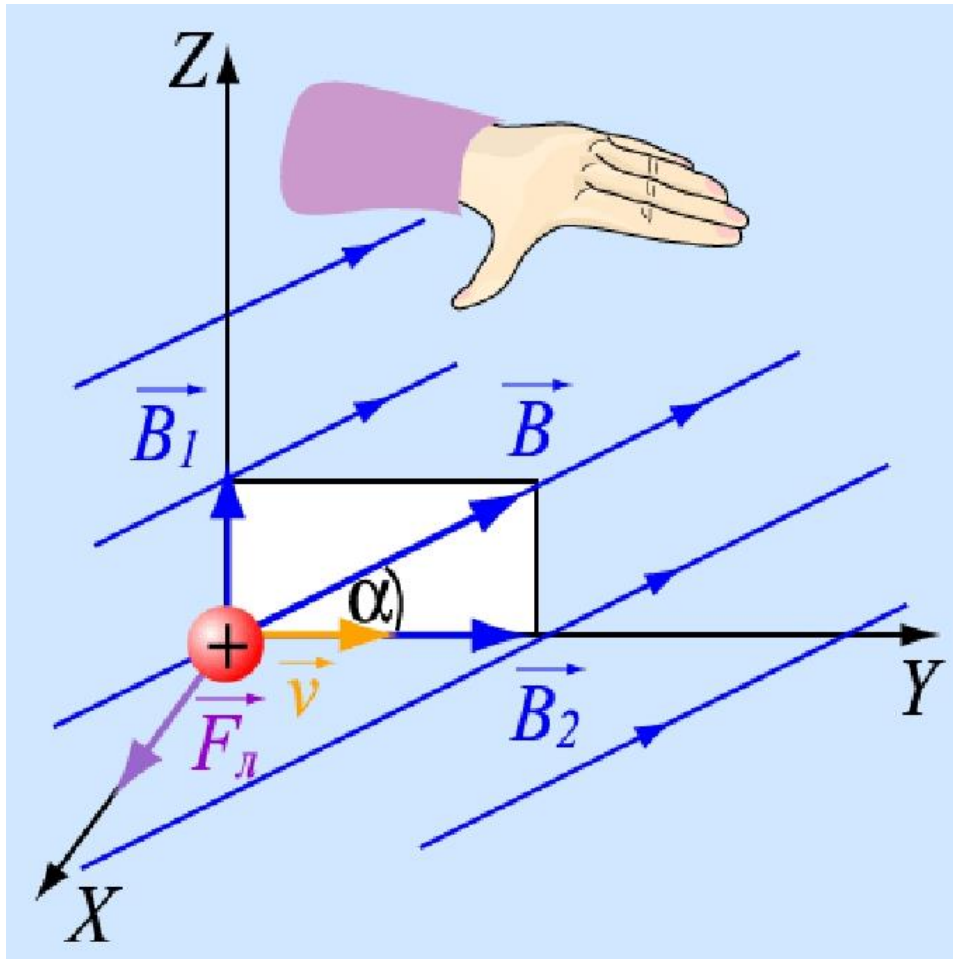
Направление силы Ампера определяется по правилу левой руки: если левую руку расположить так, что магнитные силовые линии входят в ладонь, четыре вытянутых пальца направить по току, то отогнутый большой палец укажет направление силы.

Задача 5



Проводник ab , длина которого l и масса m , подвешен на тонких проволочках. При прохождении по нему тока I он отклонился в однородном магнитном поле (рис.) так, что нити образовали угол α с вертикалью. Какова индукция магнитного поля?

Сила Лоренца



На заряд q , движущийся в магнитном поле со скоростью v , действует сила Лоренца, которая направлена всегда перпендикулярно к вектору скорости частицы и равна по модулю

$$F = |q|vB\sin\alpha,$$

где α — угол между вектором магнитной индукции и вектором скорости частицы.

Сила Лоренца сообщает частице только нормальное ускорение, поэтому, не изменяя модуля скорости частицы, сила Лоренца не совершает работы. Направление силы Лоренца определяется для положительно заряженной частицы по правилу левой руки.

Правило левой руки

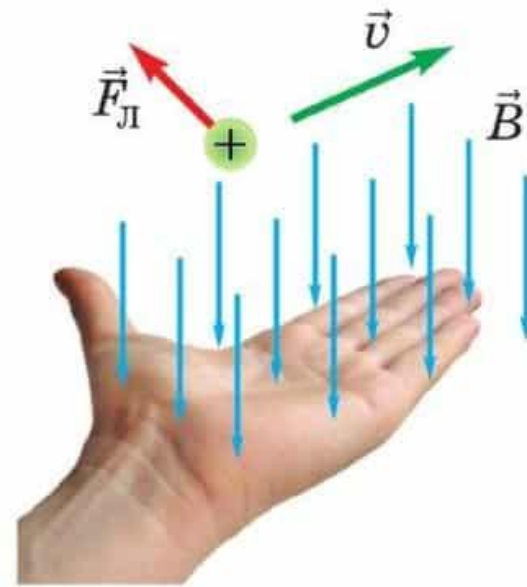
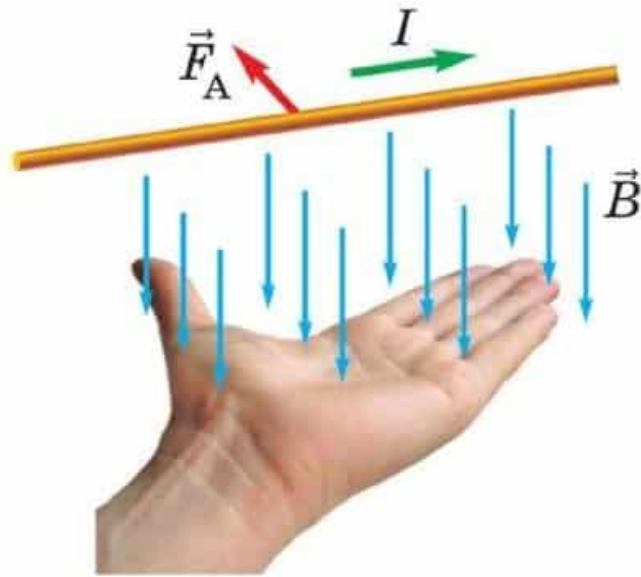
Закон Ампера

$$F_A = BIl \sin \alpha$$

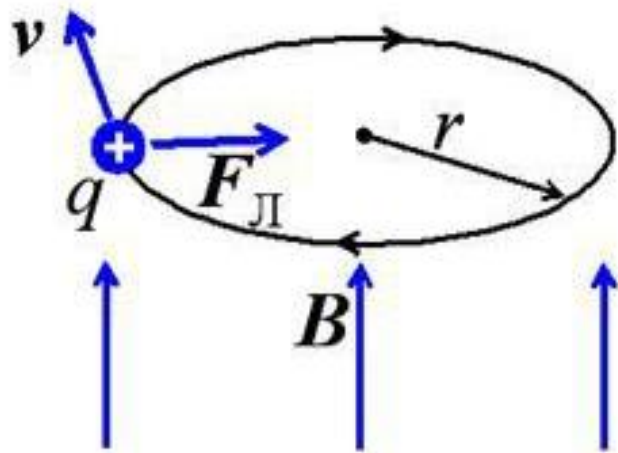
Сила Лоренца

$$F_L = Bqv \sin \alpha$$

Правило левой руки



Движение заряженной частицы в магнитном поле



Если скорость заряженной частицы перпендикулярна вектору магнитной индукции, то сила Лоренца также перпендикулярна скорости и играет роль центростремительной, и частица движется по окружности. Радиус окружности можно определить из равенства

$$\frac{mv^2}{r} = qBv$$

Отсюда радиус окружности $r = \frac{mv}{qB}$

Задача 6

Если известны скорость v , угол α , значение магнитной индукции B , масса m и заряд q частицы, чему равен шаг h винтовой линии?

ОТВЕТЫ

$$1. \quad U_1 = \frac{\varepsilon(R - r_1 + r_2)}{R + r_1 + r_2}, \quad U_2 = \frac{\varepsilon(R - r_2 + r_1)}{R + r_1 + r_2}, \quad R = r_1 - r_2 .$$

$$2. \quad R_{\text{ad}} = \frac{5}{8} r$$

$$3. \quad q = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3Q\tau}{R}} = 20 \text{ Кл.}$$

$$4. \quad B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$$

$$5. \quad B = \frac{mg \cdot \operatorname{tg} \alpha}{Il}$$

$$6. \quad h = \frac{2\pi m v \cos \alpha}{qB}$$

Домашнее задание

3.5.31, 3.5.34, 3.6.42, 3.6.47