

Тема лекции:

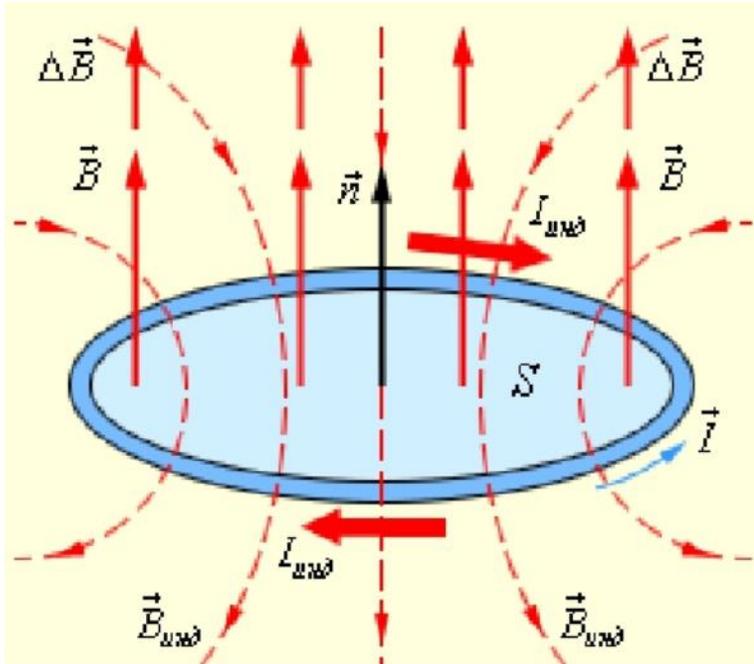
Уравнения Максвелла. Электромагнитные  
волны. Шкала электромагнитных волн.

# Теория Максвелла

В первой половине XIX века был накоплен большой экспериментальный материал – открытия Био, Савара, Ампера, Фарадея и других исследователей нуждались в единой теории, которая бы объясняла все электрические и магнитные явления с единой точки зрения. Теория Джеймса Максвелла явилась **обобщением** законов полного тока, электромагнитной индукции Фарадея, теоремы Гаусса ...

Теория Максвелла включает в себя четыре основных уравнения. Здесь мы рассмотрим только два.

# Первое уравнение Максвелла



Первое уравнение Максвелла является обобщением закона электромагнитной индукции.

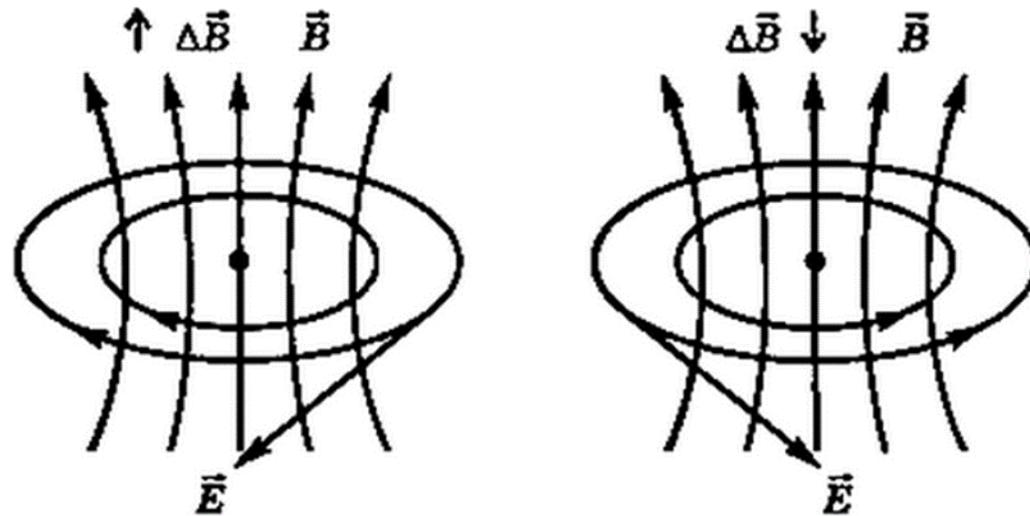
Напомним, что при изменении магнитного потока через замкнутый контур в последнем возникает индукционный ток  $I$ , обусловленный ЭДС индукции

$$\mathcal{E}_{\text{инд}} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

# Первое уравнение Максвелла

Следовательно, существует электрическое поле, которое создает и ЭДС и индукционный ток.

Если мы уберем контур, электрическое поле останется. И это вихревое электрическое поле, силовые линии которого замкнуты.



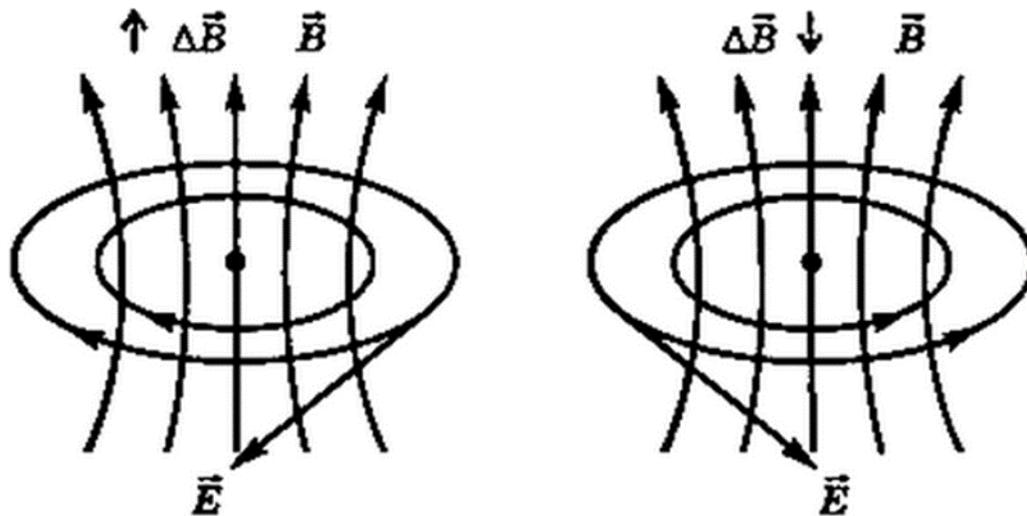
# Первое уравнение Максвелла

Вспомним, что циркуляция электростатического поля, создаваемого системой неподвижных зарядов, по замкнутому контуру равна нулю:

$$\oint_L \mathbf{E}_{\text{эл. стат.}} d\mathbf{l} = 0$$

Для вихревого электрического поля циркуляция не равна нулю, более того, она равна ЭДС индукции:

$$\oint_L \mathbf{E}_l d\mathbf{l} = \mathcal{E}_{\text{инд}}$$



## Первое уравнение Максвелла

С другой стороны  $\mathcal{E}_{\text{инд}} = -\frac{d\Phi}{dt}$ , а  $\Phi = \int_S B_n dS$ , тогда

$$\mathcal{E}_{\text{инд}} = -\frac{d}{dt} \int_S B_n dS = -\int_S \frac{dB_n}{dt} dS$$

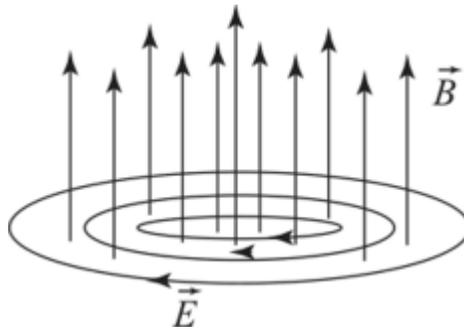
Таким образом получаем **первое уравнение Максвелла**

$$\oint_L E_l dl = -\int_S \frac{dB_n}{dt} dS$$

## Первое уравнение Максвелла

$$\oint_L E_l dl = - \int_S \frac{dB_n}{dt} dS$$

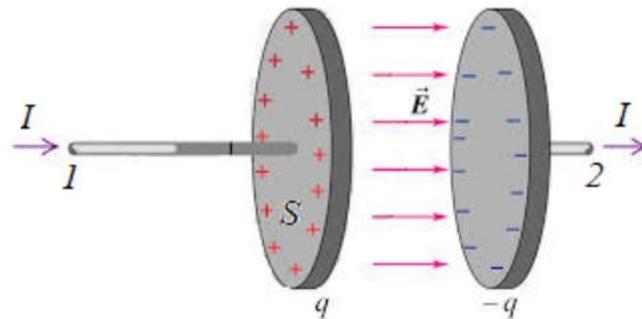
Физический смысл этого уравнения прост: *изменяющееся магнитное поле порождает вихревое электрическое поле, силовые линии которого замкнуты и охватывают силовые линии индукции магнитного поля.*



## Второе уравнение Максвелла

Но если переменное магнитное поле порождает вихревое электрическое поле, то изменяющееся электрическое поле должно породить переменное магнитное поле! Такую гипотезу выдвинул Максвелл.

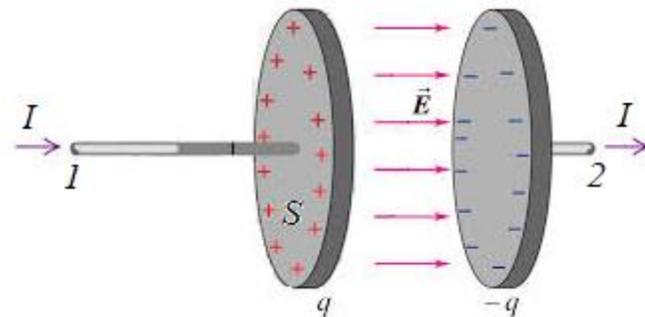
Представим себе ситуацию, изображенную на рис. Между точками 1 и 2 действует переменное электрическое напряжение, создающее в цепи переменный электрический ток  $I = I_0 \sin \omega t$ . Этот ток переносит заряды на пластины конденсатора  $C$ , создающие внутри конденсатора переменное электрическое поле; площадь обкладок конденсатора  $S$ .



## Второе уравнение Максвелла

Однородное поле в конденсаторе  $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{q/S}{\varepsilon_0}$  - в каждый момент времени  $t$ . Здесь  $\sigma$  - плотность поверхностного заряда на обкладках конденсатора.

Очевидно, что  $q = \varepsilon_0 ES$ . Ток  $I = \frac{dq}{dt} = \frac{d(\varepsilon_0 ES)}{dt}$  но  $N = ES$  - это поток вектора  $\vec{E}$  через любую поверхность площадью  $S$ , проведенную внутри конденсатора параллельно его обкладкам.

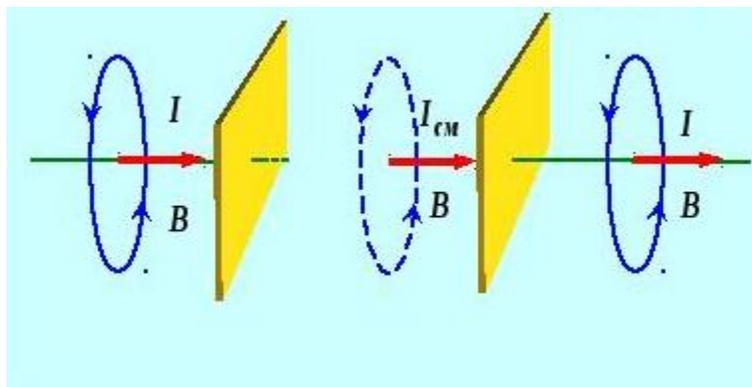


# Ток смещения

Таким образом, мы получаем для идущего в цепи тока:

$$I = \varepsilon_0 \frac{dN}{dt}$$

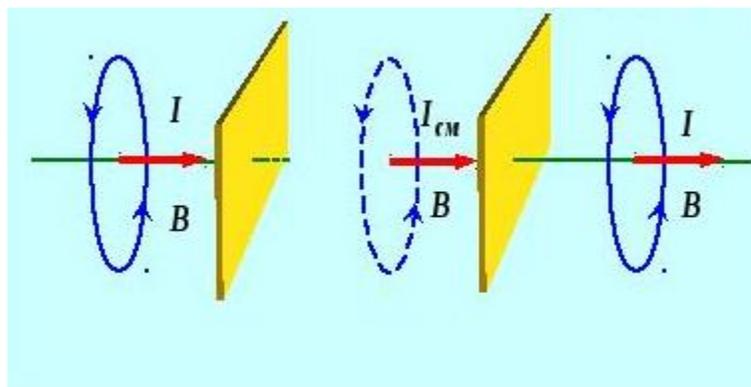
Величину  $I$ , полученную таким образом, называют «током смещения»  $I_{\text{см}}$ , вкладывая в этот термин следующий смысл: по проводам, подходящим к обкладкам конденсатора, протекают реальные токи, связанные с переносом электрических зарядов и создающие магнитное поле, силовые линии которого «охватывают» эти провода (рис.).



# Ток смещения

При этом для любого замкнутого контура, охватывающего проводники с током:  $\oint B_l dl = \mu_0 I$  (теорема о циркуляции вектора магнитной индукции). Однако внутри конденсатора реального тока нет, но с изменяющимся электрическим полем можно связать некий фиктивный ток, как бы протекающий через объем конденсатора и «замыкающий» ток проводимости – **ток смещения**, равный

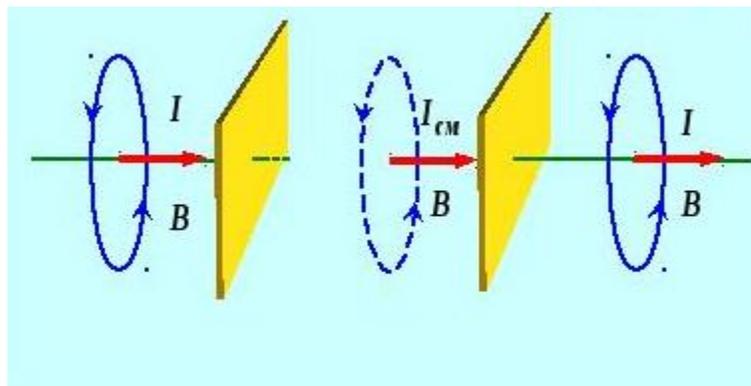
$$I_{\text{см}} = \varepsilon_0 \frac{dN}{dt}$$



# Ток смещения

По гипотезе Максвелла этот ток создает такое же магнитное поле внутри конденсатора, как и реальный ток вокруг проводников. Это означает, что мы можем записать обобщенную теорему о циркуляции вектора  $\vec{B}$  в следующем виде:

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 (I + I_{\text{см}}) = \mu_0 I + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{dN}{dt} \quad (1)$$



## Второе уравнение Максвелла

Ясно, что равенство  $N = ES$  справедливо для однородного электрического поля, площадки  $S$  – плоскости, перпендикулярной вектору  $\vec{E}$ . В общем случае

$$N = \int_S E_n dS$$

поэтому уравнение (1) принимает следующий вид:

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I + \mu_0 \varepsilon_0 \int_S \frac{dE_n}{dt} dS$$

Это – **второе уравнение Максвелла**, являющееся обобщением теоремы о циркуляции вектора  $\vec{B}$ .

## Второе уравнение Максвелла

Если в пространстве нет токов, то **второе уравнение Максвелла** имеет вид

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \varepsilon_0 \int \frac{dE_n}{dt} dS$$

# Уравнения Максвелла

1. Всякое изменение магнитного поля порождает в окружающем пространстве вихревое электрическое поле, силовые линии которого замкнуты.

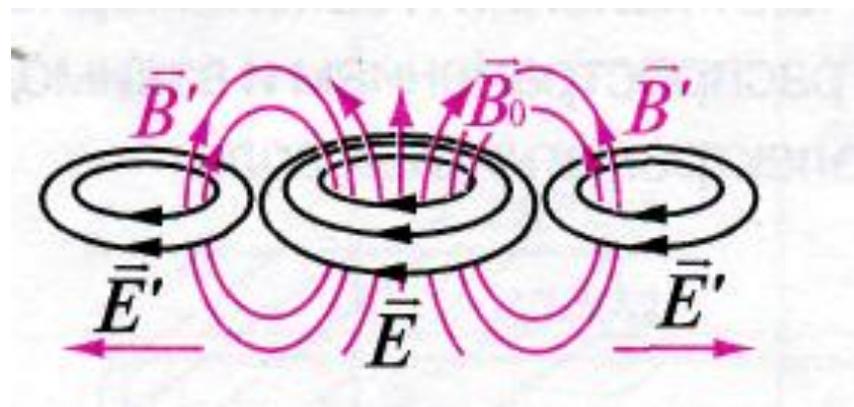
$$\oint_L E_l dl = - \int_S \frac{dB_n}{dt} dS$$

2. Изменяющееся во времени электрическое поле порождает в окружающем пространстве магнитное поле.

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \varepsilon_0 \int_S \frac{dE_n}{dt} dS$$

# Электромагнитная волна

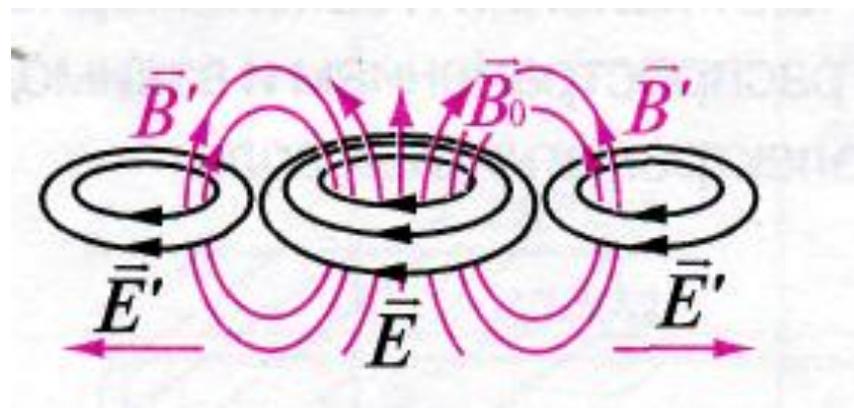
Из уравнений Максвелла следует, что переменное магнитное поле порождает переменное электрическое поле, а электрическое поле, в свою очередь, порождает переменное магнитное поле, и это поле создает переменное электрическое поле, а оно порождает..., и так до бесконечности. Электрическое и магнитное поля начинают распространяться в пространстве, образуя **электромагнитную волну**.



# Электромагнитная волна

**Электромагнитная волна – процесс распространения в пространстве электромагнитного поля.**

Таким образом, теория Максвелла предсказала существование электромагнитных волн, которые только через 23 года экспериментально обнаружил немецкий физик Генрих Герц.

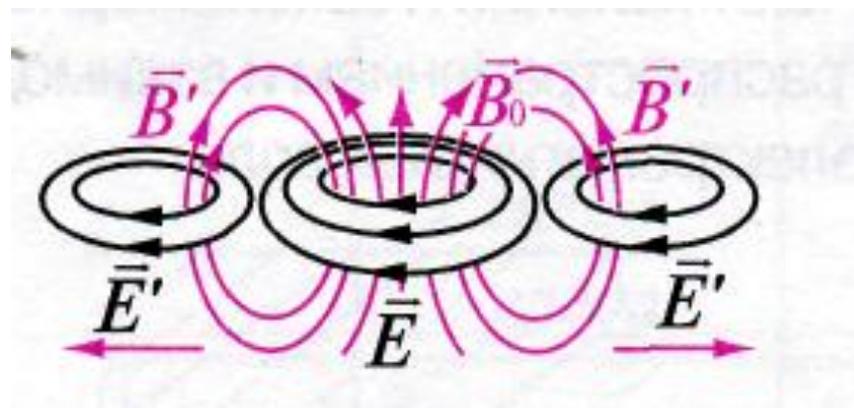


# Электромагнитная волна

Вектора  $\vec{E}$  и  $\vec{B}$  всегда взаимно перпендикулярны:  $\vec{B} \perp \vec{E}$ .

Взаимный переход  $\vec{B} \rightarrow \vec{E} \rightarrow \vec{B} \rightarrow \vec{E} \rightarrow \vec{B} \rightarrow \vec{E}$

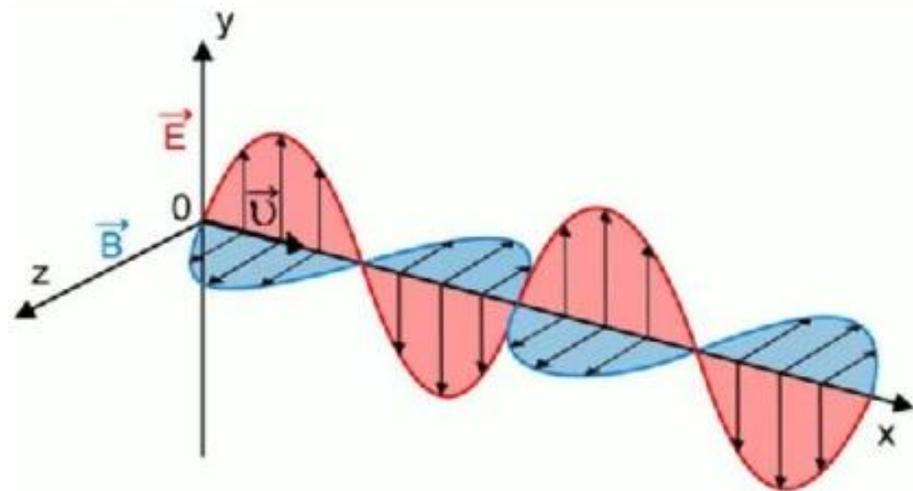
возникает, если где-то произошло изменение магнитной индукции или электростатического поля. Важно, что эта «связка» уже не привязана к проводникам или зарядам, перемещается в пространстве с определенной скоростью  $v$ , удаляясь от источника.



# Электромагнитная волна

Если электрическое поле или магнитная индукция изменяются по гармоническому закону, например  $\vec{E} = \vec{E}_0 \sin \omega t$ , то в направлении, перпендикулярном векторам  $\vec{E}$  и  $\vec{B}$  будет распространяться гармоническая волна. При этом, если волна направлена вдоль оси  $x$ , то

$$\begin{cases} E_y = E_{y0} \sin \omega \left( t - \frac{x}{v} \right), \\ B_z = B_{z0} \sin \omega \left( t - \frac{x}{v} \right) \end{cases}$$



# Скорость электромагнитных волн

Самое интересное заключается в том, что скорость электромагнитной волны, как следует из уравнений Максвелла, равна

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$$

где  $\mu_0$  и  $\epsilon_0$  — магнитная и электрическая постоянные соответственно, и равна скорости света. Следовательно, световые волны имеют электромагнитную природу.

# Скорость электромагнитных волн в веществе

Отметим, что электромагнитная волна распространяется со скоростью

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$$

только в пустоте; в веществе с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  и магнитной проницаемостью  $\mu$

$$c^* = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \mu \epsilon_0 \epsilon}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}} < c$$

таким образом, когда волна попадает из пустоты в вещество, ее скорость уменьшается. В диамагнетиках, где  $\mu$ , хотя и меньше единицы, но весьма близко к этому значению,  $\sqrt{\epsilon \mu} \approx \sqrt{\epsilon} > 1$

# Шкала электромагнитных волн

*Видимый свет* – это только одна из разновидностей электромагнитных волн с частотой, лежащей в области  $10^{14}$  Гц. Вообще же электромагнитные волны получают и регистрируют в широчайшем диапазоне частот – от  $10^4$  Гц до  $10^{20}$  Гц, с соответствующими длинами волн от  $10^4$  до  $10^{-14}$  м ( $\lambda = cT = c/\nu$ ).

*Радиоволны* –  $10^4$  –  $10^8$  Гц (радиоприем, телевидение);

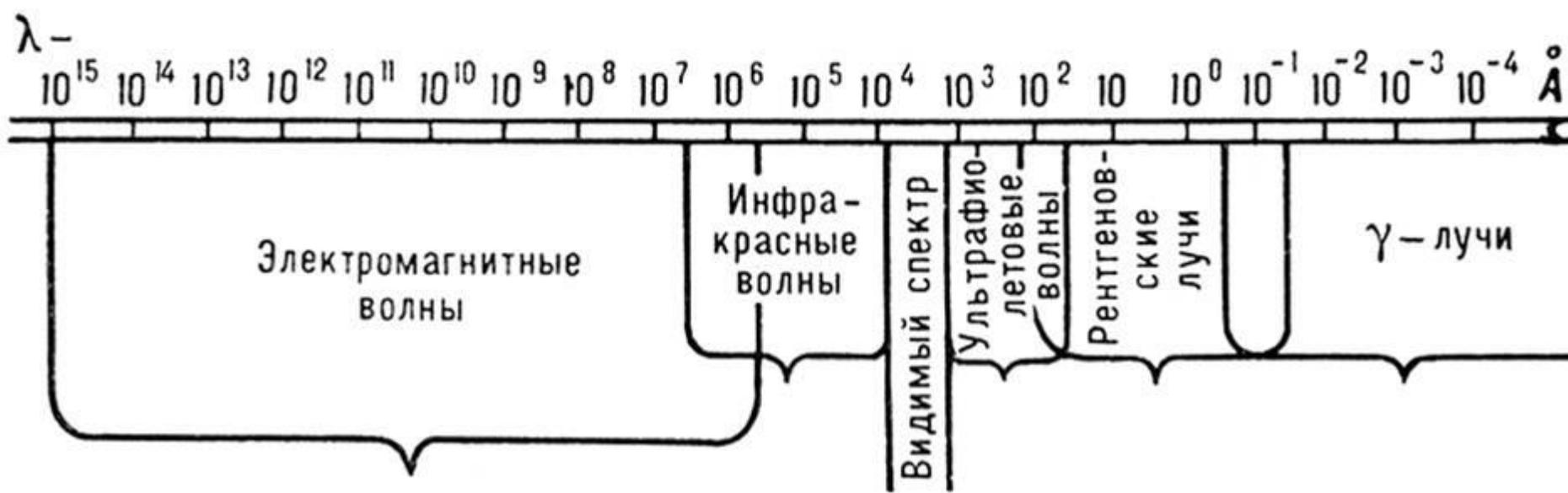
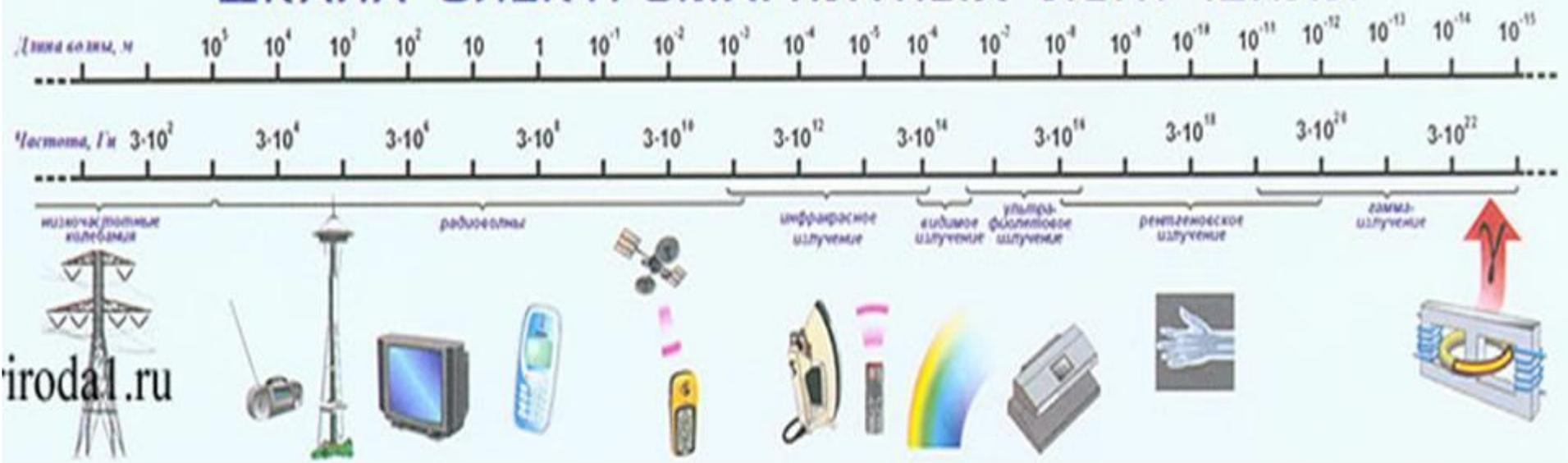
*Микроволны* –  $10^8$  –  $10^{12}$  Гц (радиолокация, сотовая связь);

*Инфракрасные (ИК) волны – видимый свет – ультрафиолетовое излучение* –  $10^{11}$  –  $10^{17}$  Гц (красный – фиолетовый свет  $4 \cdot 10^{14}$  –  $7 \cdot 10^{14}$  – в очень узком интервале спектра);

*Рентгеновские лучи* –  $10^{18}$  –  $10^{20}$  Гц;

*$\gamma$  - излучение* –  $10^{20}$  –  $10^{22}$  Гц. Отметим, что с помощью электроники получают волны с частотами до  $10^{12}$  Гц. Волны с более высокими частотами получаются в ряде естественных процессов, таких, как излучение атомов, молекул, атомных ядер.

# ШКАЛА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ИЗЛУЧЕНИЙ



# Литература

Б.А. Струков, Л.Г. Антошина, С.В. Павлов. Физика. М., 2011,  
С. 234-243.

Тема следующей лекции:

Интерференция электромагнитных волн