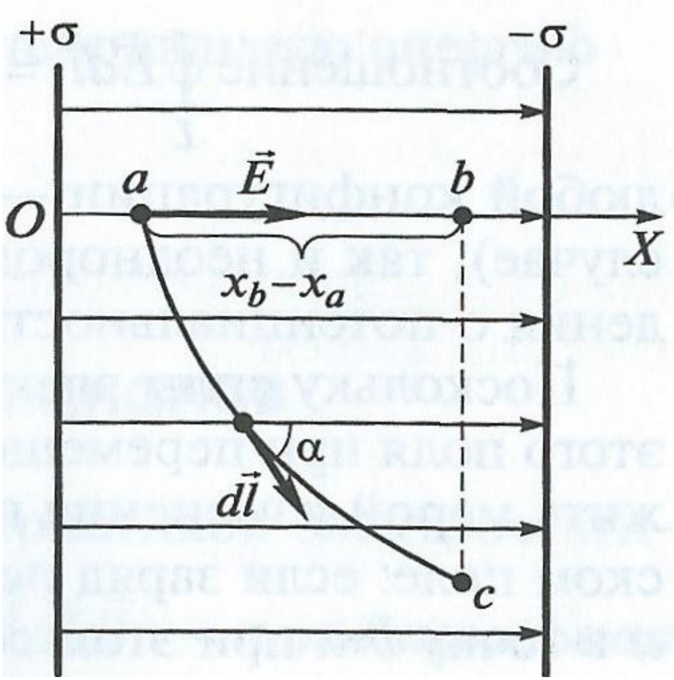
Тема лекции:
Работа сил электростатического поля. Потенциал электростатического поля. Электроемкость. Энергия электрического поля

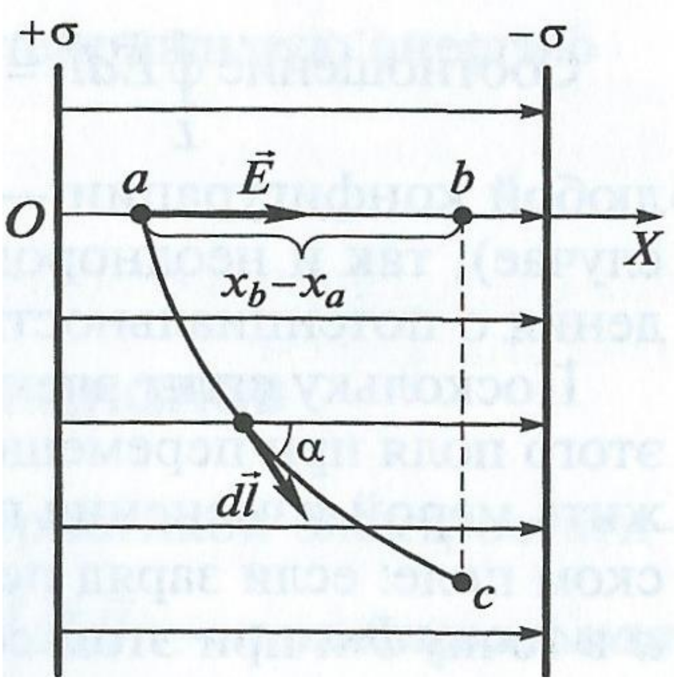
Работа сил электростатического поля



Электрический заряд, находящийся в электрическом поле, обладает *определенной потенциальной энергией*. При изучении электрического поля можно использовать вместо полевого энергетический подход, и, как мы увидим дальше, это оказывается в ряде случаев значительно проще и удобнее.

Пусть заряд $+q$ находится в точке a между двумя плоскостями, разноименно заряженными с поверхностными плотностями заряда $+\sigma$ и $-\sigma$ (см. рис.). На заряд действует сила $\vec{F} = q\vec{E}$, которая будет стремиться переместить его в сторону отрицательно заряженной плоскости.

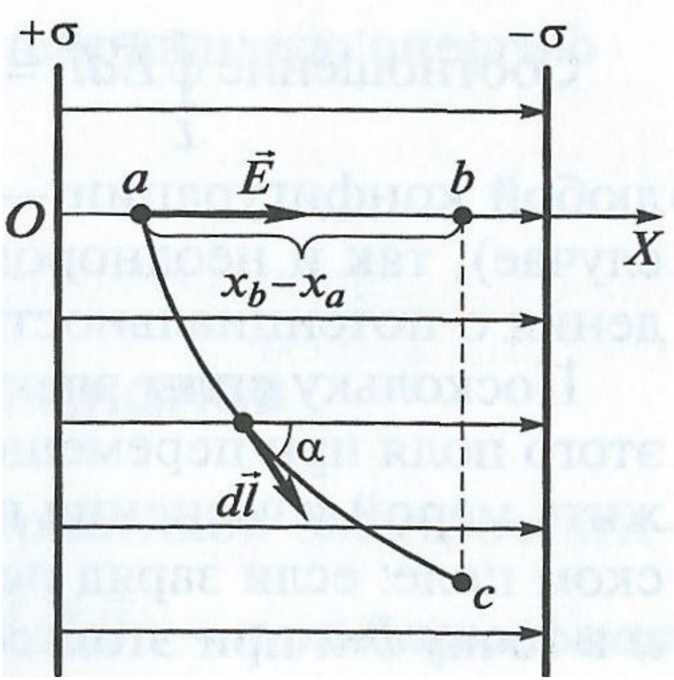
Работа сил электростатического поля



При перемещении заряда на расстояние $dl=dx$ вдоль силовой линии элементарная работа $dA = Fdx$, и при конечном перемещении из точки a в точку b (таким образом, полагаем, что начала оси X находится на положительно заряженной плоскости) работа

$A_{ab} = \int_a^b F \cdot dx = qE\,(x_b - x_a)$, поскольку поле между плоскостями однородно.

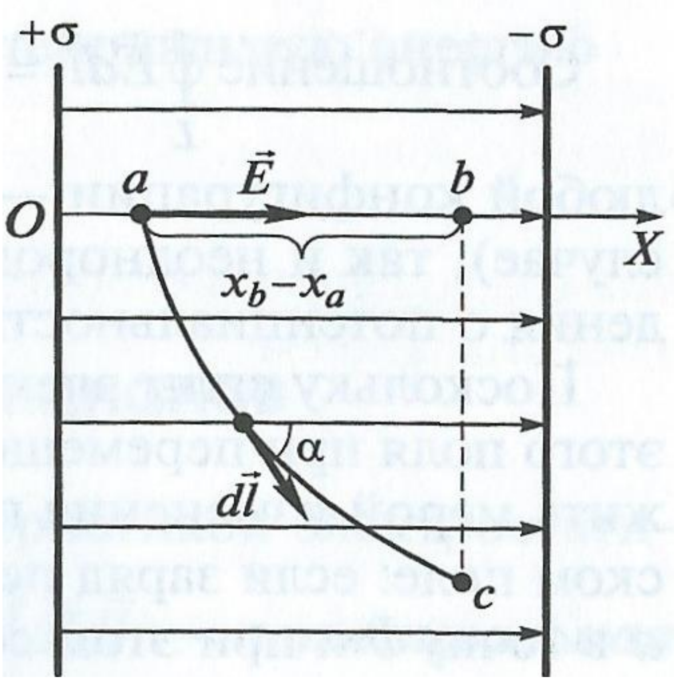
Работа сил электростатического поля



Существенно, что в данном случае мы можем говорить о соответствующем *изменении потенциальной энергии* заряда в электрическом поле, поскольку электрические силы (подобно гравитационным) *являются потенциальными*.

Напомним, что **потенциальными** *являются силы, работа которых между двумя точками траектории определяется только положением этих точек и не зависит от формы траектории*. Покажем, что силы, возникающие при действии на заряды со стороны электростатического поля, являются потенциальными.

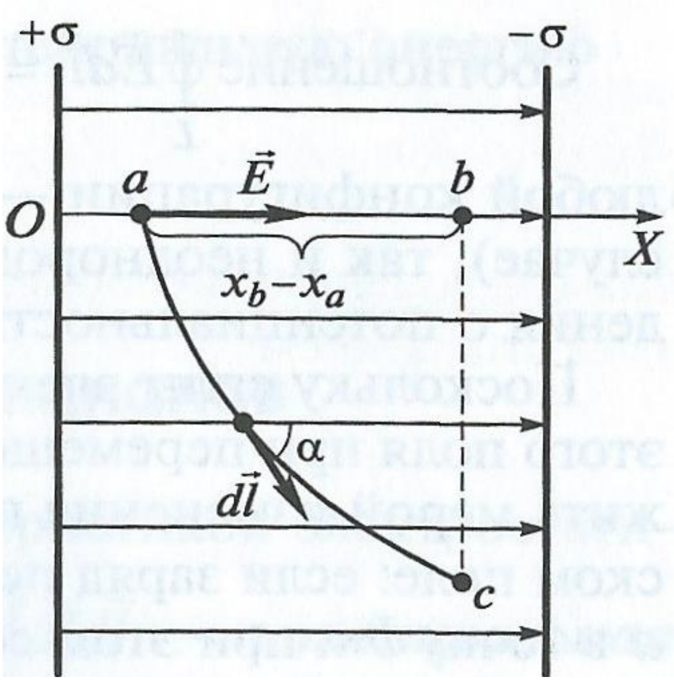
Работа сил электростатического поля



Рассмотрим другую траекторию между точками *a* и *b* – *acb*, и вычислим работу, совершаемую при перемещении заряда +*q* по этой траектории. На участке *ac*

$A_{ac} = \int_a^c qE \cdot dl \cos\alpha = \int_a^c qE \cdot dx$, поскольку, как видно из рис., $dl\cos\alpha = dx$. Имеем $A_{ac} = qE\,(x_c - x_a)$, $x_c = x_b$.

Работа сил электростатического поля



Работа силы $\vec{F} = q\vec{E}$ на участке cb *равна нулю*, так как здесь вектор $\vec{E}$ направлен перпендикулярно перемещению. Таким образом, величина работы A_{ab} не зависит от формы пути, по которому мы приходим из точки a в точку b, поскольку $A_{ab} = A_{acb}$, и сила $\vec{F}$ является потенциальной.

Циркуляция вектора $\vec{E}$

При движении по замкнутому контуру L $a \to c \to b \to a$, *полная работа* $A = \oint_L \vec{E} q d\vec{l} = 0$, *то есть* $\oint_L \vec{E} q d\vec{l} = 0$. Ясно, что это связано с тем, что при перемещении заряда из точки a в точку с работа электрической силы положительна, а из точки b в точку a работа имеет ту же величину, но отрицательна. Этот интеграл по замкнутому контуру называется **циркуляцией вектора** $\vec{E}$ **.**

Соотношение $\oint_L \vec{E} q d\vec{l} = 0$ справедливо для электростатического поля любой конфигурации – как однородного (как в рассматриваемом случае), так и неоднородного; оно является эквивалентом утверждения о потенциальности сил электростатического поля.

Потенциальная энергия

Поскольку силы электрического поля потенциальны, то работа сил этого поля при перемещении заряда из точки a в точку b может служить мерой изменения потенциальной энергии заряда в электрическом поле:

если заряд перемещается в электрическом поле из точки *a* в точку *b*, и при этом совершается работа

$$\Delta A_{ab} = \int_a^b q\vec{E}d\vec{l}$$

то происходит изменение потенциальной энергии

$$\Delta U_{ab} = U_b - U_a = -\Delta A_{ab} = -\int_a^b q\vec{E}d\vec{l}$$

Потенциальная энергия

$U_b - U_a = -\int_a^b q\vec{E}d\vec{l}$ - изменение потенциальной энергии равно работе сил электрического поля, взятой с обратным знаком.

Действительно, если заряд перемещается под действием сил поля в направлении силовых линий, то *ΔA*>0, но *ΔU*<0, то есть его потенциальная энергия *уменьшается*. Если же заряд перемещается против сил поля (*ΔA*<0), то *ΔU*>0, то есть потенциальная энергия заряда увеличивается.

Видно, что, измеряя работу, произведенную полем, можно определить только *изменение* потенциальной энергии между двумя точками поля. Можно говорить об абсолютном значении потенциальной энергии в каждой точке поля, если приписать какой-либо определенной точке (или совокупности точек) определенную величину потенциальной энергии.

Потенциал электростатического поля

Договорились считать, что:

потенциальная энергия заряда, находящегося в точке, бесконечно удаленной от заряженного тела, создающего поле, равна нулю.
Если мы примем, что
$U_b = U_\infty = 0.$
то при перемещении заряда из данной точки a в бесконечность имеем:
$\Delta A_{a\infty} = -\int_a^\infty q\vec{E}d\vec{l} = -(U_\infty - U_a)$, то есть в любой точке a поля заряд q

имеет потенциальную энергию

$$U_a = \int_a^\infty q\vec{E}d\vec{l}$$

Потенциал электростатического поля

Универсальной энергетической характеристикой электростатического поля является величина

$$\varphi_a = \frac{U_a}{q} = \int_a^{\infty} \vec{E} d\vec{l}$$

– **потенциальная энергия** *единичного положительного заряда в поле* $\vec{E}$. Величина φ_a называется **потенциалом поля** в точке *a*. В соответствии с теоремой о циркуляции вектора $\vec{E}$ эта величина не зависит от пути, по которому заряд попал из бесконечности в точку *a*.

Таким образом:

Потенциал любой точки пространства, в котором имеется электрическое поле, есть величина, численно равная работе, совершаемой силами поля при перемещении единичного положительного заряда из этой точки в бесконечность.

Принцип суперпозиции для электрического потенциала

Легко показать, что *потенциал в любой точке поля, создаваемый системой электрических зарядов, равен алгебраической сумме потенциалов, созданным в этой точке каждым зарядом в отдельности:*

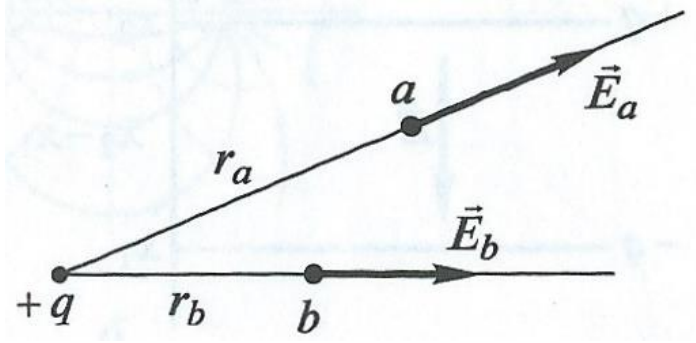
$$\varphi_a = \int_a^\infty \vec{E}d\vec{l} = \int_a^\infty (\vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots)d\vec{l} = \int_a^\infty \vec{E}_1 d\vec{l} + \int_a^\infty \vec{E}_2 d\vec{l} + \ldots = \varphi_{1a} + \varphi_{2a} + \ldots = \sum_i \varphi_{ia}$$

Это - **принцип суперпозиции для электрического потенциала**.

Потенциал поля точечного заряда

Определим потенциал, создаваемый положительным точечным зарядом q в точке a пространства, находящейся на расстоянии r_a от этого заряда (рис.); будем полагать для простоты, что интегрирование идет вдоль силовой линии напряженности электрического поля, то есть угол между векторами $\vec{E}$ и $d\vec{l}$. Имеем:

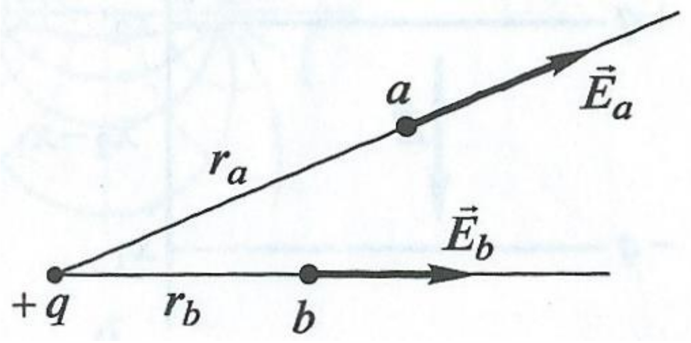
$$\varphi_a = \int_{r_a}^{\infty} \vec{E} d\vec{l} = \int_{r_a}^{\infty} E dr = \int_{r_a}^{\infty} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} dr = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r_a}$$



Потенциал поля точечного заряда

Величина φ_a зависит только от расстояния от точки a до точечного заряда $+q$ и является скаляром.
В другой точке поля – точке b

$$\varphi_b = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r_b}$$



Разность потенциалов

Величину

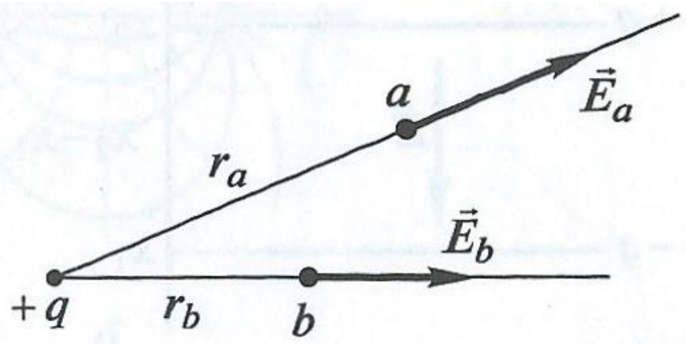
$$\varphi_b - \varphi_a = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a} \right)$$

назовем разностью потенциалов точек b и a.

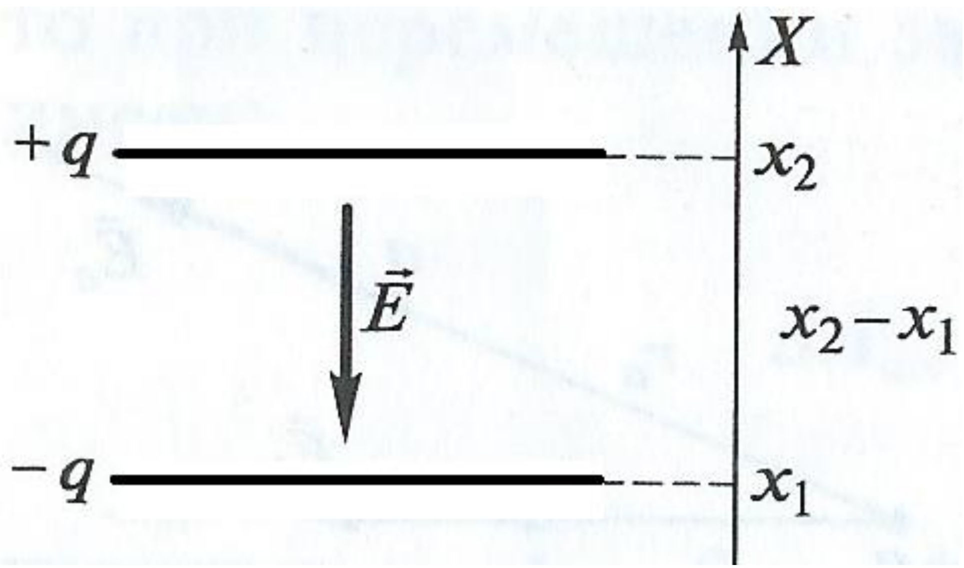
Разность потенциалов – *это работа, которую совершает электрическое поле при перемещении единичного положительного заряда из точки* b *в точку* a*, взятая с обратным знаком.*

В общем случае, для любой конфигурации зарядов, создающих электрическое поле,

$$\varphi_b - \varphi_a = \int_{r_b}^{\infty} \vec{E} d\vec{l} - \int_{r_a}^{\infty} \vec{E} d\vec{l} = \int_{r_a}^{r_b} \vec{E} d\vec{l}$$



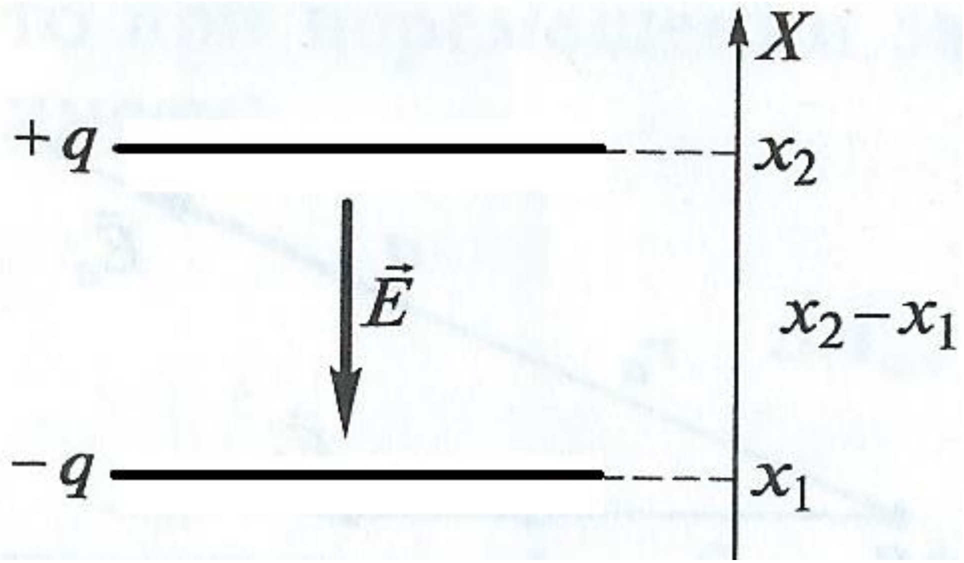
Разность потенциалов однородного поля



Определим разность потенциалов между двумя разноименно заряженными плоскостями, находящимися на расстоянии d друг от друга (см. рис.) По определению, это будет взятая с обратным знаком работа, совершаемая силами электрического поля при перемещении заряда q = 1 Кл с нижней пластины на верхнюю. Имеем

$$\varphi_{\text{верх.}} - \varphi_{\text{нижн.}} = \int_{x_1}^{x_2} E dx$$

Разность потенциалов однородного поля



$$\varphi_{\text{верх.}} - \varphi_{\text{нижн.}} = \int_{x_1}^{x_2} E dx$$

электрическое поле между пластинами однородно и имеет величину $E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$;

имеем $\varphi_{\text{верх.}} - \varphi_{\text{нижн.}} = E(x_2 - x_1) = Ed$.

Потенциал электрического поля в системе СИ измеряется в вольтах. Если при перемещении заряда +1 Кл из точки *a* в точку *b* совершается работа 1 Дж , то разность потенциалов между точками *a* и *b*, равна 1 В.

Связь напряженности с потенциалом

Соответственно, напряженность электрического поля измеряется в единицах В/м. Очевидно, что две характеристики электростатического поля – векторная $\vec{E}$ и скалярная φ - тесно связаны между собой. Соотношение, определяющее разность потенциалов в двух точках, отстоящих на конечное расстояние друг от друга,

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \vec{E} d\vec{l} = \int_1^2 E_l dl$$

где E_l – проекция вектора $\vec{E}$ на вектор перемещения $d\vec{l}$, называют «интегральным» соотношением между $\vec{E}$ и и φ. Кроме того, легко получить другое, «дифференциальное» соотношение между этими величинами, связывающее их в каждой точке пространства.

Связь напряженности с потенциалом

Работа, совершаемая полем при перемещении заряда q на $d\vec{l}$

$dA = q\vec{E}d\vec{l} = qEdl\cos\alpha = qE_l dl$. Но по определению $dA = -q\,d\varphi$, поэтому

$E_l dl = -\,d\varphi$.

Очевидно, $\frac{d\varphi}{dl}$ – производная потенциала по направлению $d\vec{l}$; она определяет связь скорости изменения потенциала в направлении перемещения $d\vec{l}$ с компонентой вектора $\vec{E}$ по этому направлению:

$$E_l = -\frac{d\varphi}{dl}$$

Из этого соотношения следует, что:

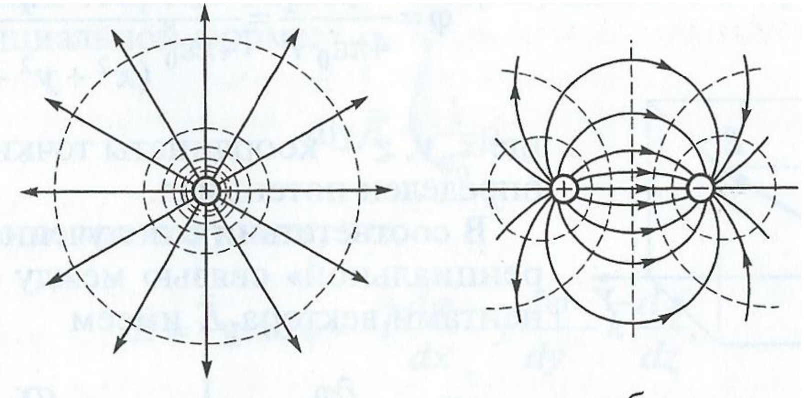
1. Потенциал не изменяется в направлениях, перпендикулярных вектору $\vec{E}$

Эквипотенциальные поверхности

Очевидно, в этом случае $E_l = 0$ $\frac{d\varphi}{dl} = 0$, φ = *const*.

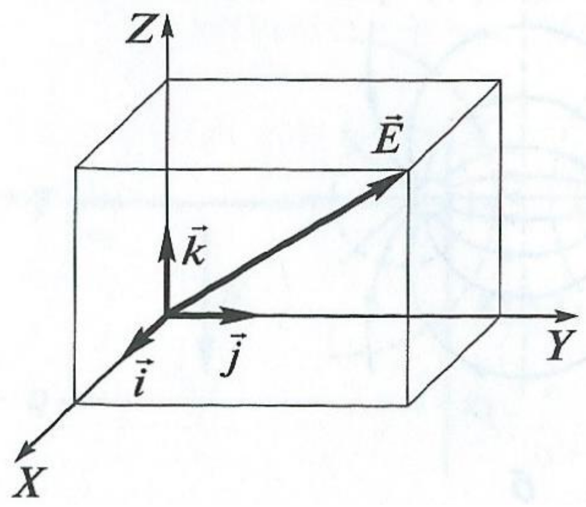
Это значит, что если мы будем перемещать точечный заряд в поле так, что траектория перемещения остается перпендикулярной силовым линиям поля, потенциал будет оставаться постоянным.

Таким образом, мы можем выделить в электрическом поле помимо силовых линий - *линии или поверхности постоянного потенциала – эквипотенциальные поверхности, показанные* пунктирными линиями на рис. для точечного положительного заряда (рис. а) и диполя (рис. б).



а б

Связь напряженности с потенциалом

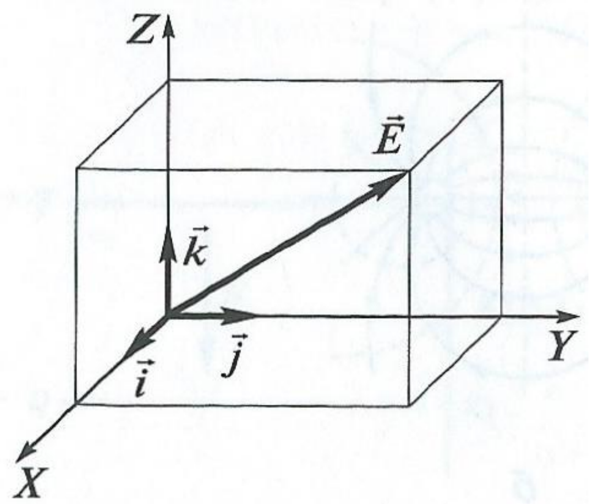


2. В направлении вектора $\vec{E}$ потенциал изменяется **максимально быстро**. Действительно, если перемещение происходит таким образом, что $-\dfrac{d\varphi}{dl} = \left|\vec{E}\right|$ то есть имеет максимальную величину.

Таким образом, вектор $\vec{E}$ показывает направление, по которому потенциал изменяется (уменьшается) с максимальной скоростью.

Введем систему координат X, Y, Z, в объеме, в котором имеется электрическое поле (см. рис.).

Связь напряженности с потенциалом



Поскольку $E_l = -\dfrac{d\varphi}{dl}$ для компонент электрического поля вдоль координатных осей имеем:

$$\begin{cases} E_x = -\dfrac{\partial \varphi}{\partial x}, \\ E_y = -\dfrac{\partial \varphi}{\partial y}, \\ E_z = -\dfrac{\partial \varphi}{\partial z}, \end{cases}$$

и вектор напряженности электрического поля

$$\vec{E} = -\left(\vec{i}\,\frac{\partial \varphi}{\partial x} + \vec{j}\,\frac{\partial \varphi}{\partial y} + \vec{k}\,\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)$$

Следовательно, систему уравнений в сокращенном виде можно записать так:

$$\vec{E} = -\mathrm{grad}\varphi$$

Связь напряженности с потенциалом

Следовательно, что если мы каким-то образом сумели определить распределение в пространстве потенциала φ = φ(x,y,z), то компоненты вектора $\vec{E}$ и сам этот вектор могут быть определены простым дифференцированием по координатам.

Проиллюстрируем полученную связь между потенциалом и напряженностью электрического поля на примере известных нам соотношений для точечного заряда q, потенциал которого на расстоянии r от него равен

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{\left(x^2 + y^2 + z^2\right)^{\frac{1}{2}}}$$

где x, y, z – координаты точки, в которой определен потенциал.

Связь напряженности с потенциалом

В соответствии с полученной «дифференциальной» связью между φ и компонентами вектора $\vec{E}$, имеем

$$E_x = -\frac{\partial \varphi}{\partial x} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qx}{\left(x^2+y^2+z^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

$$E_y = -\frac{\partial \varphi}{\partial y} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qy}{\left(x^2+y^2+z^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

$$E_y = -\frac{\partial \varphi}{\partial z} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qz}{\left(x^2+y^2+z^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

Модуль вектора $\vec{E}$

$$|E| = \sqrt{E_x^2+E_y^2+E_z^2} = \left(\left(\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2 \frac{x^2+y^2+z^2}{\left(x^2+y^2+z^2\right)^3}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{r^2}$$

Именно это соотношение мы получили ранее для модуля вектора электрического поля точечного заряда, исходя из закона Кулона.

Связь напряженности с потенциалом

Если мы имеем несколько точечных зарядов, создаваемый ими потенциал, в соответствии с принципом суперпозиции,

$$\varphi_{\Sigma} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \sum_{i=1} \frac{q_i}{r_i}$$

При непрерывном распределении зарядов по объему тела с плотностью $\rho(x,y,z)$

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \int_V \frac{\rho(x,y,z)}{r} dV$$

здесь r – расстояние от точки, обладающей потенциалом φ, до элемента объема dV.

Проводники в электрическом поле

Все вещества по своему поведению в электрическом поле можно разделить на две группы:

1. Проводники – вещества, в которых существуют свободные заряды, способные перемещаться под действием электрического поля в пределах проводника. Это в основном металлы, где свободные заряды – электроны и электролиты, где свободные заряды - положительные и отрицательные ионы.
2. Диэлектрики, в которых также имеются электрические заряды, но эти заряды в электрическом поле испытывают лишь малые смещения, пропорциональные величине приложенного электрического поля.

Проводники в электрическом поле

Прежде, чем решить, как будет выглядеть распределение зарядов в проводнике, находящемся в электрическом поле, отметим, что:

1. Когда проводник попадает в электрическое поле, немедленно начинается движение свободных зарядов, которое продолжается до тех пор, пока *поле внутри проводника не исчезнет; в равновесии повсюду в проводнике напряженность поля* $\vec{E}=0$.

2. Поскольку поле $\vec{E}$ в объеме проводника равно нулю, объемная плотность свободных зарядов внутри проводника также должна быть равна нулю (для любой замкнутой поверхности внутри проводника

$\oint_S E_n dS = \dfrac{\int_V \rho dV}{\varepsilon_0} = 0$ поскольку E=0, также ρ = 0). Это значит, что *весь заряд должен быть сосредоточен на поверхности проводника*.

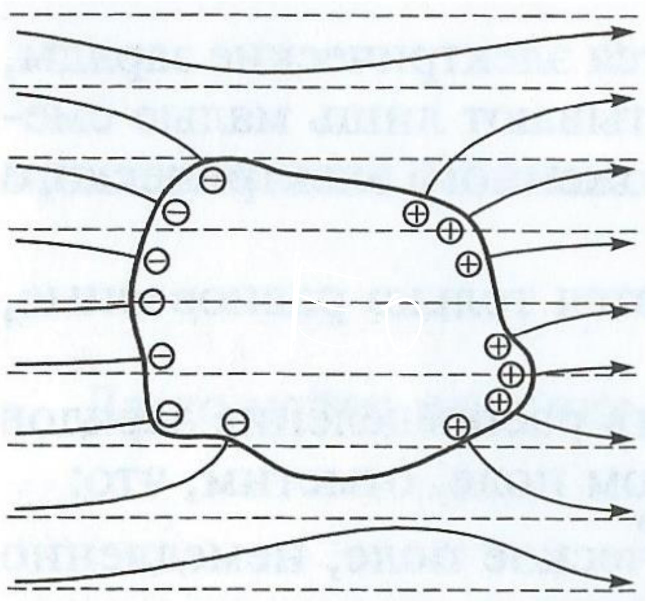
Проводники в электрическом поле

3. Поскольку движение зарядов вдоль поверхности при равновесии также отсутствует, эта поверхность и весь объем проводника в целом должны иметь *одинаковый потенциал,* а поверхность - быть **эквипотенциальной**.

4. Силовые линии электрического поля внутри проводника отсутствуют (E=0), а вне его - *перпендикулярны эквипотенциальной поверхности проводника*.

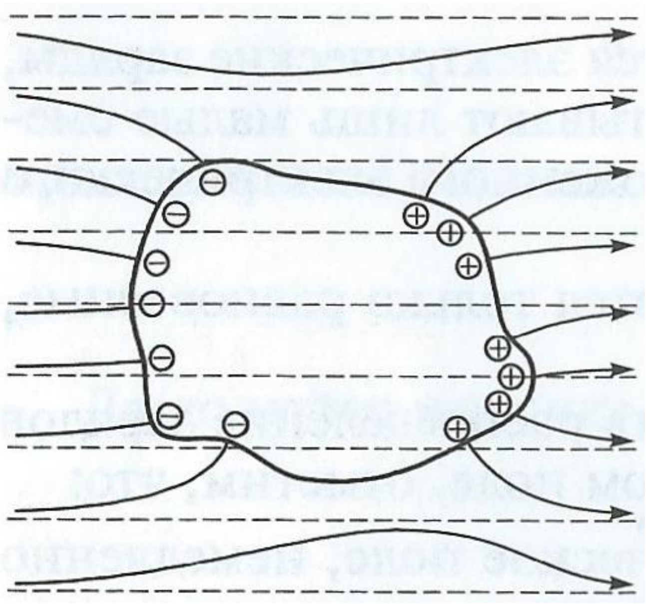
Следовательно, на незаряженном проводнике, помещенном во внешнее электрическое поле, происходит перераспределение электрических зарядов внутри проводников таким образом, что поле внутри проводника исчезает. Это так называемая **электростатическая индукция** – перераспределение зарядов в проводнике при наличии электрического поля.

Проводники в электрическом поле



При этом создаваемое свободными зарядами поле полностью компенсирует внешнее поле в объеме проводника (см. рис.). На рисунке пунктирными линиями показаны силовые линии $\vec{E}$ в отсутствии проводника, сплошными – силовые линии после внесения проводника в электрическое поле. Если замкнутый полый металлический проводник находится во внешнем электрическом поле, то на его поверхности появятся индуцированные заряды. Они будут сосредоточены только на внешней поверхности, а электрическое поле в толще металла и в полости будет равно нулю.

Проводники в электрическом поле



Поэтому полый проводник *экранирует электрические поля всех внешних зарядов*. Это – основа электростатической защиты или электрического экранирования.

Важно: свободные заряды в состоянии равновесия всегда распределяются только по поверхности проводников, независимо от того, как они возникли.

Если проводник заряжен, то заряд собирается только на его поверхности, внутри поле остается равным нулю. Потенциал проводника в этом случае не равен нулю, но постоянен в объеме и вдоль поверхности и пропорционален величине заряда.

Электроемкость проводника

Рассмотрим уединенный проводник, на котором имеется заряд q. Проводник имеет определенный потенциал, определяемый работой, которую нужно совершить, чтобы перенести с его поверхности на бесконечность заряд величиной в +1 Кл. Оказывается, что потенциал проводника пропорционален величине находящегося на нем заряда: $\varphi \sim q$ или $q = C\varphi$. Коэффициент пропорциональности C - это так называемая электроемкость проводника. Она измеряется в **фарадах** и определяется количеством электричества, необходимым для повышения потенциала проводника на одну единицу.

Говорят, что проводник имеет емкость в 1 Ф, если при сообщении ему заряда в 1 Кл его потенциал возрастает на 1 Вольт.

Фарада - это *огромная емкость*. Обычно электроемкость измеряется в пикофарадах (1 пФ= 10^{-12} Ф) или в микрофарадах (1 мкФ = 10^{-6} Ф).

Электроемкость сферы

Определим электроемкость уединенной металлической сферы радиуса R. Пусть на нем находится заряд q. Ранее было показано, что напряженность электрического поля такого заряженного шара определяется по теореме Гаусса-Остроградского, как

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2},$$ то есть имеет такой же вид, как для точечного заряда.

Потенциал на поверхности шара определяется работой, совершаемой силами электрического поля при перемещении заряда пробного + 1 Кл с поверхности шара в бесконечность; поскольку результат интегрирования не зависит от формы траектории, будем считать, что пробный заряд перемещается по прямой линии, проходящей через центр сферы. Тогда

$$\varphi = \int_R^\infty \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{r^2}\,dr = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{R}$$

Электроемкость сферы

По определению $\varphi = \frac{q}{C}$, таким образом, электроемкость шара C = $4\pi\varepsilon_0 R$ - пропорциональна радиусу шара.

Определим электроемкость земного шара, полагая его проводящей сферой: полагая $R_з$ = $6 \cdot 10^6$ м, ε_0 = $8{,}86 \cdot 10^{-12}$ $Кл^2/(Н \cdot м^2)$, имеем $C \cong$ 600 мкФ.

Таким образом, мы можем сохранять на изолированном проводнике электрический заряд. Однако способность проводников аккумулировать электрический заряд многократно возрастает, если имеется не уединенный проводник, а система проводников, способных индуцировать друг на друге заряд посредством электростатической индукции.

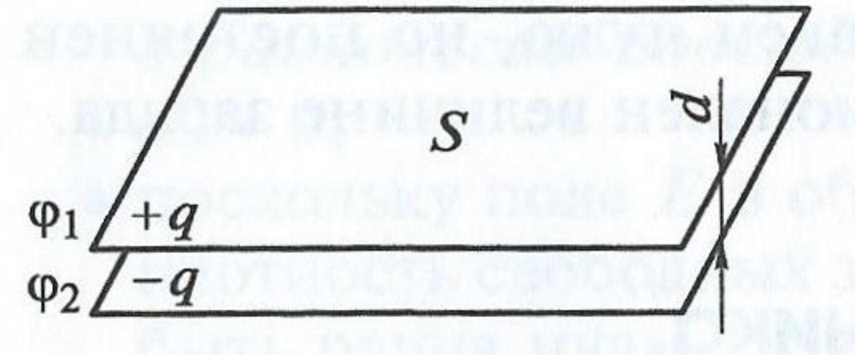
Электроемкость плоского конденсатора

Пусть эта система имеет вид двух параллельных проводящих пластин, находящихся на расстоянии d друг от друга (см. рис.). Такая система называется плоскопараллельным конденсатором.

Пусть на верхней пластине имеется заряд $+q$, а на нижней заряд $-q$, и разность потенциалов между проводниками $\varphi_1 - \varphi_2$.

Емкость конденсатора определяем, как $$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}$$

отношение заряда к разности потенциалов между пластинами – обкладками конденсатора.

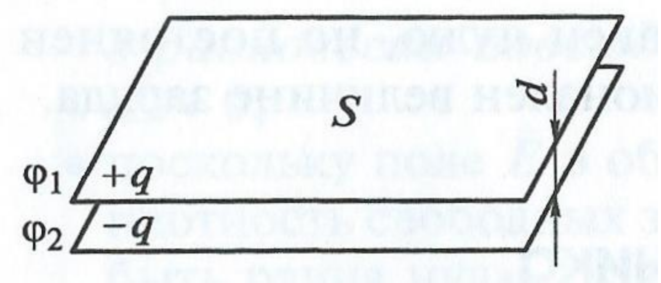


Электроемкость плоского конденсатора

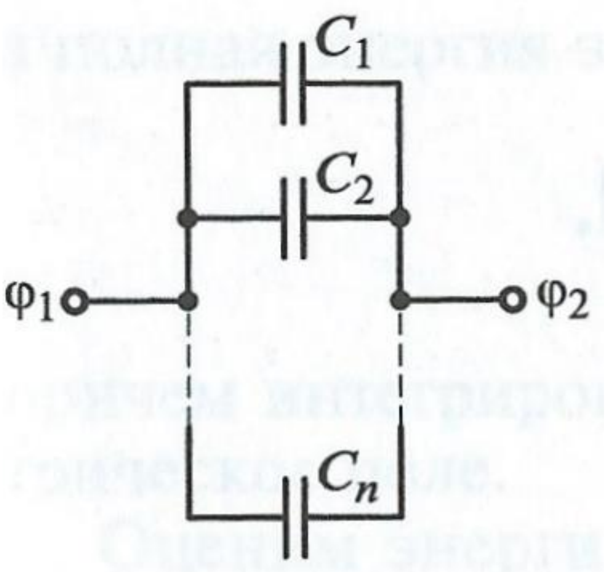
Определим емкость такого плоскопараллельного конденсатора. Полагая, что поле между пластинами однородно, и его величина равна $E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$, причем $\varphi_1 - \varphi_2 = Ed$ (d – расстояние между пластинами) и $q = \sigma S$ (σ - поверхностная плотность заряда на пластинах, S – площадь каждой пластины), то $C = \dfrac{q}{\varphi_2 - \varphi_1} = \dfrac{q}{Ed} = \dfrac{\sigma\varepsilon_0 S}{\sigma d}$

откуда $C = \dfrac{\varepsilon_0 S}{d}$

Видно, что величина емкости плоского конденсатора увеличивается при увеличении площади пластин и при уменьшении расстояния между ними.



Параллельное и последовательное соединение конденсаторов



Конденсаторы можно соединять различным образом, и емкость комбинации конденсаторов зависит от того, как они соединены.

1. **Параллельное соединение** (рис.) – разность потенциалов между пластинами на всех конденсаторах одинакова, заряды различны:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q_1}{C_1} = \frac{q_2}{C_2} = \dots = \frac{q_n}{C_n}$$

Параллельное и последовательное соединение конденсаторов

то есть

$q_1 = C_1(\varphi_1 - \varphi_2)$,

$q_2 = C_2(\varphi_1 - \varphi_2)$,

…

…

$q_n = C_n(\varphi_1 - \varphi_2)$.

Суммарный заряд на всех конденсаторах $q = \sum_{i=1}^{n} q_i$

и, складывая все предыдущие равенства, имеем

$q = (C_1+C_2 +\ldots +C_n)\,(\varphi_1 - \varphi_2)$, или

$C=C_1+C_2+\ldots+C_n$ – суммарная емкость при параллельном соединении конденсаторов.

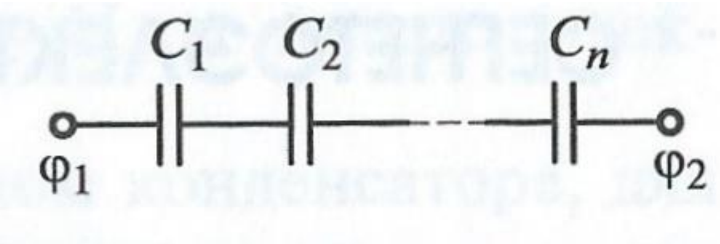
Параллельное и последовательное соединение конденсаторов

2. **Последовательное соединение конденсаторов.** При последовательном соединении (рис.) конденсаторы имеют одинаковый заряд, а разности потенциалов на них складываются. Поэтому

$$\varphi_{12} = \frac{q}{C_1}, \varphi_{23} = \frac{q}{C_2}, \varphi_{n,n-1} = \frac{q}{C_n}$$

Следовательно, разность потенциалов на всей «батарее» конденсаторов,

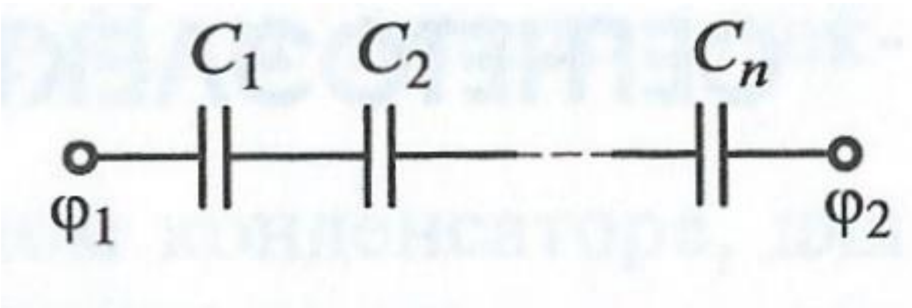
$$\varphi_1 - \varphi_n = \varphi_{12} + \varphi_{23} + \ldots + \varphi_{n-1,n} = q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n}\right)$$



Параллельное и последовательное соединение конденсаторов

Поэтому $\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}$, или $C = \left(\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i} \right)^{-1}$

для последовательного соединения конденсаторов.



Энергия электрического поля

В заряженном конденсаторе накоплен электрический заряд, и с ним связано определенное количество электрической энергии. Эта энергия равна работе, совершаемой внешними силами для осуществления заряжения конденсатора. Процесс же зарядки состоит в том, что заряд с одной пластины переносится на другую. Сначала, когда конденсатор еще не заряжен, для переноса первой порции заряда работы не требуется. Но когда на каждой из пластин уже имеется заряд и между обкладками - разность потенциалов, для увеличения заряда внешней силе приходится совершать работу против сил электрического поля.

Энергия электрического поля

Пусть мы переносим заряд dq с одной пластины на другую, когда уже

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q}{C}$$

тогда элементарная работа внешних сил $dA = (\varphi_1 - \varphi_2)dq = \dfrac{qdq}{C}$

Полная работа при заряде конденсатора от нуля до q_0

$$A = \int_0^{q_0} \frac{qdq}{C} = \frac{q_0^2}{2C} = \frac{1}{2}\frac{C^2(\varphi_1 - \varphi_2)^2}{C} = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon_0 S}{d} d^2 E^2 = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} V$$

Эта работа идет на увеличение запасенной в конденсаторе энергии: $A = W = wV$. Здесь $V = Sd$ – объем пространства между пластинами конденсатора, – энергия, приходящаяся на 1 м^3 $w = \dfrac{\varepsilon_0 E^2}{2}$ – плотность энергии электрического поля. Это соотношение имеет весьма общий характер и справедливо для любого объема, в котором имеется однородное электрическое поле.

Энергия электрического поля

Если электрическое поле неоднородно, то объем V можно разбить на бесконечно малые объемы dV и считать, что в пределах каждого такого объема поле однородно. Поэтому энергия в элементе объема dV будет

$dW = wdV$,

а полная энергия электрического поля в объеме V $$W = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \int_V E^2 dV$$

причем интегрирование идет по всему объему V, где имеется электрическое поле.

Энергия электрического поля

Оценим величину энергии, запасенной в заряженном конденсаторе, для которого разность потенциалов между пластинами $\varphi_1 - \varphi_2$,

$$W = \frac{C(\varphi_1 - \varphi_2)^2}{2}$$

Пусть C = 1мкФ = 10^{-6} Ф, $\varphi_1 - \varphi_2$=3000 В, тогда

$$W = \frac{C(\varphi_2 - \varphi_1)^2}{2} = \frac{10^{-6} \cdot 9 \cdot 10^6}{2} = 4{,}5 \text{ Дж.}$$

Много это или мало? Очевидно, что такой же энергией обладает груз массой в 1 кг, поднятый на высоту 0,5 м:

$U = mgh = 1 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}5 = 4{,}6$ Дж.

Можно превратить электрическую энергию в механическую, например, разрядить конденсатор на электромотор, который провернется и поднимет груз на эту высоту.

Литература

Б.А. Струков, Л.Г. Антошина, С.В. Павлов. Физика. М., 2011,

С. 164-179.

Видео по теме лекции можно посмотреть на сайте swcusp.ukit.me в разделе меню «Видеоматериалы»

Тема следующей лекции: Диэлектрики в электрическом поле. Постоянный ток