Тема семинара:
Силы в электростатике

Основные разделы семинара:

1. Закон Кулона
2. Принцип суперпозиции
3. Напряженность электростатического поля
4. Теорема Гаусса-Остроградского

Закон Кулона

Сила взаимодействия двух точечных неподвижных зарядов q_1 и q_2 в вакууме по закону Кулона прямо пропорциональна произведению модулей зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними:

$$\vec{F}_{12} = k\,\frac{q_1 q_2 \vec{r}_{12}}{r_{12}^3}$$

или в скалярной форме

$$F_{12} = k\,\frac{|q_1||q_2|}{r_{12}^2}$$

где k = 9·10^9 Н·м^2/Кл^2 или k = 1 / (4$\pi\varepsilon_0$), где ε_0 = 1 / (4πk) = 8,85·10^{-12} Кл^2/(Н·м^2) — электрическая постоянная.

Силы взаимодействия зарядов направлены вдоль прямой, соединяющей эти заряды.

Принцип суперпозиции

Сила электрического взаимодействия данного заряда с системой точечных зарядов есть векторная сумма сил электрического взаимодействия этого заряда с каждым из зарядов системы (принцип суперпозиции):

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$$

Задача 1.

Два одинаковых проводящих шарика, находясь на расстоянии r = 10 см, друг от друга притягиваются с силой F_1 = $5 \cdot 10^{-6}$ Н. Если шарики привести в соприкосновение, а затем снова развести на это же расстояние, то сила взаимодействия становится F_2 = $4 \cdot 10^{-6}$ Н. Определить первоначальные заряды шариков.

Ответ: $q_{1,2} = \frac{r}{\sqrt{k}}\left(\sqrt{F_2} \pm \sqrt{F_1 + F_2}\right) = 5{,}27 \cdot 10^{-9}$ Кл; $-1{,}05 \cdot 10^{-9}$ Кл.

Задача 2.

Четыре одинаковых точечных заряда величиной q = +10 нКл находятся в вершинах квадрата со стороной a = 0,1 м. Найти силу, действующую со стороны любых трех зарядов на четвертый. Ответ записать в миллиньютонах.

Ответ: $F = \dfrac{kq^2(2\sqrt{2}+1)}{2a^2}$ = 0,171 мН.

Задача 3.

Заряды q_1 = 20 нКл и q_2 = –40 нКл находятся на расстоянии r = 10 см друг от друга. Где надо поместить третий заряд и какова должна быть его величина, чтобы система находилась в равновесии?

Ответ: $x = \dfrac{\sqrt{|q_1|}r}{\sqrt{|q_2|} - \sqrt{|q_1|}}$ = 24 см, левее заряда q_1.

$$q_3 = \frac{q_1 q_2}{\left(\sqrt{|q_2|} - \sqrt{|q_1|}\right)^2} = -233 \text{ нКл}.$$

Напряженность электростатического поля

Силовая характеристика электрического поля, численно равная силе, действующей на единичный положительный заряд, помещенный в данную точку поля, называется напряженностью электрического поля:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

Тогда сила, действующая на заряд q со стороны электрического поля, равна

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

Напряженность электростатического поля точечного заряда

Величина напряженности поля точечного заряда q_0 на расстоянии r от него равна

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_1} = k\frac{|q_0|\vec{r}}{r^3}$$

или в скалярной форме

$$E = k\frac{|q_0|}{r^2}$$

Вектор напряженности точечного заряда в любой точке электрического поля направлен вдоль прямой, соединяющий эту точку и заряд.

Если в данной точке пространства различные заряженные частицы создают электрическое поля, напряженности которых $\vec{E}_1$, $\vec{E}_2$, $\vec{E}_3$, … то результирующая напряженность поля в этой точке равна $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + ...$ (принцип суперпозиции полей).

Задача 4.

Расстояние между точечными зарядами q_1 = 32 мкКл и q_2 = –32 мкКл равно d = 12 см. Определить напряженность поля в точке, удаленной на a = 8 см от первого и второго зарядов.

Ответ: $E = kq_1d \,/\, a^3$ = 67 500 кВ/м.

Теорема Гаусса-Остроградского

Поток вектора напряженности электростатического поля в вакууме через произвольную замкнутую поверхность, проведенную в поле, равен алгебраической сумме зарядов, заключенных внутри этой поверхности, деленной на ε_0 (теорема Гаусса-Остроградского)

$$\oint_S E_n \mathrm{d}S = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_i q_i$$

Если заряд распределен внутри замкнутой поверхности непрерывно с объемной плотностью ρ, теорема Гаусса-Остроградского должна быть записана следующим образом:

$$\oint_S E_n \mathrm{d}S = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_V \rho \mathrm{d}V$$

где интеграл справа берется по объему V, охватываемому поверхностью S.

Теорема Гаусса-Остроградского (примеры)

Напряженность поля бесконечной равномерно заряженной плоскости:

$E = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ σ — поверхностная плотность заряда.

Напряженность поля бесконечной равномерно заряженной нити: $E = \dfrac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r}$

где r — расстояние от нити до точки, в которой измеряется напряженность; τ — линейная плотность заряда.

Напряженность поля заряженной сферы: $E = 0$, если $r < R$, $E = \dfrac{1}{\varepsilon_0}\dfrac{\sigma R^2}{r^2} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{r^2}$ если r больше или равно R. Здесь q — полный заряд сферы.

Задача 5.

Бесконечно длинная цилиндрическая поверхность радиусом R равномерно заряжена электрическим зарядом с поверхностной плотностью σ. Определить напряженность электрического поля внутри поверхности и снаружи.

Ответ: При $r < R$ $E = 0$; при $r > R$ $E(r) = \dfrac{\sigma R}{\varepsilon_o r}$

Домашнее задание

Задачи 3.1.33, 3.1.37, 3.1.39, 3.1.49.