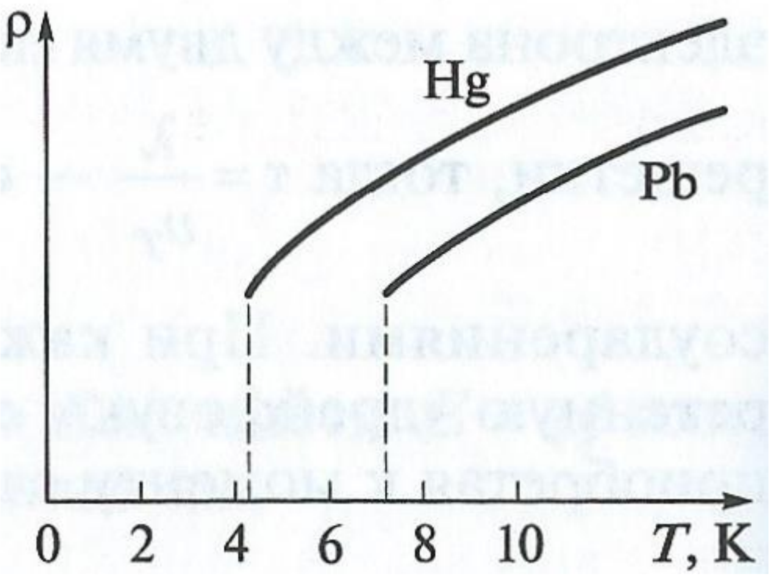
Тема лекции:
Сверхпроводимость. Закон Джоуля-Ленца. Магнитное поле токов. Закон Био-Савара-Лапласа. Теорема о циркуляции вектора магнитной индукции.

Зависимость сопротивления от температуры

Для большинства металлов удельное сопротивление ρ растет с температурой приблизительно по линейному закону $\rho=\rho_0(1+\alpha t)$, где ρ_0 – удельное сопротивление при 0° С, t – температура по шкале Цельсия, α – коэффициент, численно равный примерно 1/273. Переходя к абсолютной температуре, получаем $\rho=\rho_0\alpha T$. Эксперимент показывает, что с уменьшением температуры сопротивление проводника действительно уменьшается как $\rho \sim T$ это находит свое объяснение только в рамках квантовой теории электропроводности, учитывающей волновые свойства электронов.

Сверхпроводимость



Некоторые металлы (Pb, Hg, Sn и другие) демонстрируют **явление сверхпроводимости**, которое заключается в том, что при некоторой достаточно низкой температуре при охлаждении сопротивление металла скачком обращается в нуль (рис.). Это удивительное явление также связано с волновыми свойствами электронов. Равное нулю сопротивление означает, что носители тока перестают взаимодействовать с кристаллической решеткой проводника.

Высокотемпературная сверхпроводимость

С этим явлением связано три нобелевских премии – открытие сверхпроводимости, теория сверхпроводимости и открытие так называемых высокотемпературных сверхпроводников (ВТСП). У ВТСП критическая температура перехода в сверхпроводящее состояние близка к 100 К.

Физики пытаются получить материалы, у которых эта температура была бы близка или выше комнатной. Если бы удалось найти такие вещества, произошла бы настоящая революция в энергетике. Дело в том, что при прохождении тока по проводнику с сопротивлением R значительная часть энергии, потребляемой от источника ЭДС, теряется «впустую» - на нагревание проводника.

Закон Джоуля-Ленца

Работа, которая совершается полем при прохождении заряда q через участок проводника, на котором напряжение $\varphi_1 - \varphi_2$

$A_{12} = q(\varphi_1 - \varphi_2) = ItIR = I^2Rt$. Здесь $I = \frac{q}{t}$ - ток по проводнику, R – его сопротивление.

За 1 с совершается работа $\frac{A_{12}}{t} = I^2R$

Работа совершается, и это означает, что энергия источника тока переходит в другой вид энергии – в теплоту; в проводнике с сопротивлением R, по которому идет ток I, ежесекундно выделяется количество теплоты

$$\Delta Q = I^2R = IU_{12}$$

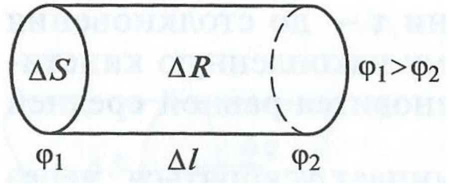
Это – **закон Джоуля-Ленца**, устанавливающий, что, при прохождении тока по проводнику, он нагревается, и увеличивается его внутренняя энергия.

Закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме

Закон Джоуля-Ленца, так же, как и закон Ома, можно представить в дифференциальной форме. Для этого выделим внутри проводника, по которому идет ток, малый элемент (рис.), имеющий форму цилиндра, и введем **плотность тепловой мощности** w – величину, равную мощности, выделяемой в единице объема проводника:

$$\Delta Q = w\Delta V = I^2\Delta R = \left(j\Delta S\right)^2 \rho\frac{l}{\Delta S} = j^2\rho\Delta Sl = j^2\rho\Delta V$$

откуда $w = j^2\rho$ - закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме.



Закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме

Формулу $w = j^2\rho$ можно записать в другом виде, используя закон Ома в дифференциально форме $\vec{j} = \frac{1}{\rho}\vec{E}$. Тогда

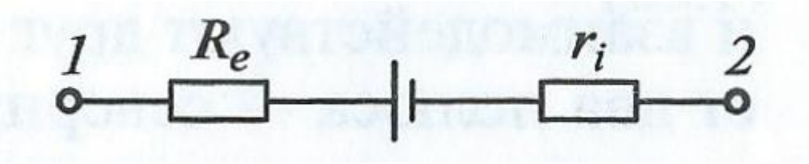
$$w = \frac{1}{\rho}E^2 = \gamma E^2$$

Здесь γ - удельная проводимость проводника.

Закон Ома для неоднородного участка цепи

Рассмотрим такой участок 1 – 2. (рис.). Здесь R_e – «внешнее» сопротивление подводящих проводов, r_i – «внутреннее» сопротивление источника ЭДС.

Напряжение на участке 1 – 2



$U_{12} = \mathcal{E}_{12} + (\varphi_1 - \varphi_2)$,

и, согласно закону Ома

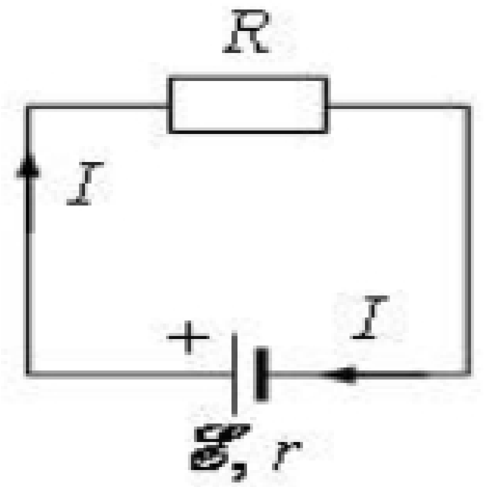
$I \sim U_{12} = \mathcal{E}_{12} + (\varphi_1 - \varphi_2)$.

Поскольку полное сопротивление $R = R_e + r_i$, то

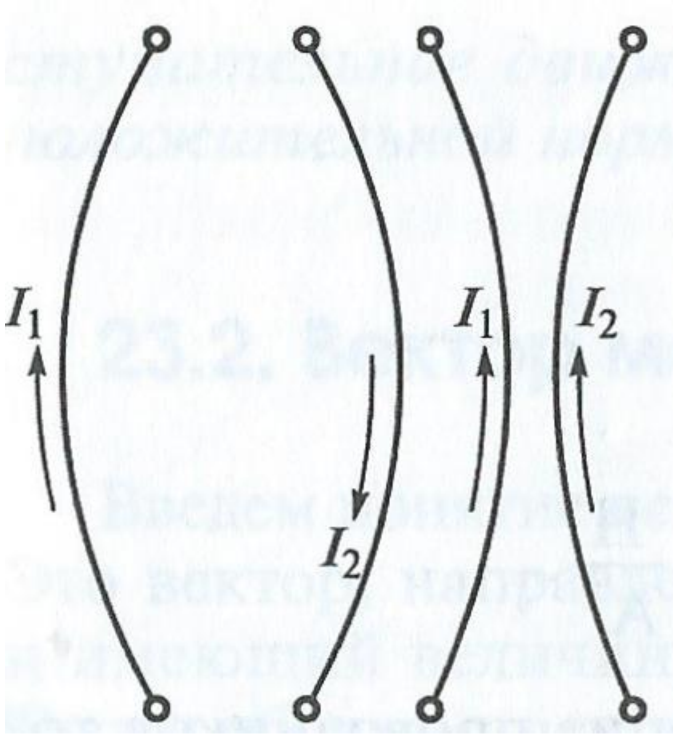
$I = \dfrac{\mathcal{E}_{12} + (\varphi_1 - \varphi_2)}{R_e + r_i}$ закон Ома для неоднородного участка цепи.

Закон Ома для замкнутого участка цепи

Для замкнутой цепи (рис.) $\varphi_1 = \varphi_2$, и $I = \dfrac{\mathcal{E}}{R + r}$ $\mathcal{E}$ – действующая в замкнутой цепи ЭДС, $R = R + r$ – полное сопротивление замкнутой цепи.



Магнитное поле проводника с током



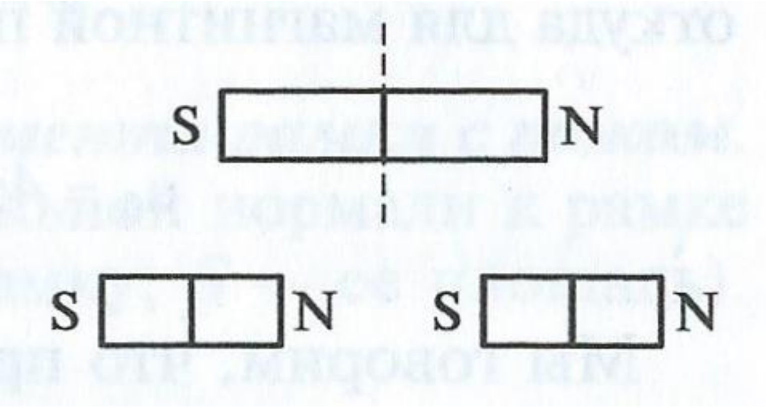
Мы переходим к изучению нового класса физических явлений, связанных не со стационарными электрическими зарядами и полями, а со **стационарным движением электрических зарядов**.

Простой эксперимент по притяжению и отталкиванию проводников, по которым идут параллельные или антипараллельные постоянные электрические токи (рис.), показывает, что между этими проводниками имеется взаимодействие; однако это взаимодействие не имеет ничего общего с взаимодействием электрических зарядов по закону Кулона, поскольку проводники электрически нейтральны. Возникающие силы зависят только от силы и направления протекающих токов, это - **магнитные** силы.

Магнитное поле проводника с током

Магнитные силы могут быть количественно определены и измерены; это физическая реальность, подобная в некотором отношении электростатическому полю. Мы, однако, увидим, что свойства магнитного поля по ряду важнейших характеристик существенно отличаются от свойств электрического поля. Мы говорим, что вокруг проводников с током *возникает* **магнитное поле**; это поле действует на другие проводники с током. Эти силы мы должны определить и научиться их измерять.

Магнитное поле постоянного магнита



Заметим, что магнитное поле появляется и вокруг так называемых **постоянных магнитов**, которые притягивают железные предметы и взаимодействуют друг с другом. Каждый постоянный магнит имеет два полюса - "северный" (N) и "южный" (S); одноименные полюса отталкиваются, разноименные - притягиваются (см. рис.). Это напоминает ситуацию с поведением положительных и отрицательных зарядов. Однако если магнит разрезать пополам, то каждая половина опять будет иметь два полюса; магнитные полюса *не разделяются* (рис.).

Кроме того, в наше "повседневное" представление о магнетизме входит и *поведение магнитной стрелки в компасе* – она всегда устанавливается в строго определенном положении, указывая направление магнитного поля Земли.

Сила магнитного взаимодействия

Зафиксируем следующий результат многократных экспериментов по наблюдению взаимодействующих проводников с током:

Сила взаимодействия между двумя бесконечными параллельными проводниками с током, приходящаяся на 1 м длины каждого проводника, пропорциональна токам в проводниках и обратно пропорциональна расстоянию a между ними

$$F_{\text{ед.дл.}} \sim \frac{I_1 I_2}{a}$$

или

$$F_{\text{ед.дл.}} = k\frac{2I_1 I_2}{a}$$

На основе этого эмпирического закона устанавливается единица измерения силы тока в системе СИ – 1 Ампер, а, следовательно, и единица измерения заряда – Кулон как заряда, проходящего через поперечное сечение проводника за 1 с, если по нему идет ток величиной в 1 А·.

Единица силы тока. Магнитная постоянная

1 Ампер – это сила тока, который, проходя по двум параллельным проводникам бесконечной длины, расположенных на расстоянии 1 м друг от друга в вакууме, вызывает между этими проводниками силу взаимодействия, равную 2·10⁻⁷ Н на каждый метр длины проводников.

В системе СИ коэффициент k полагают равным $\dfrac{\mu_0}{4\pi}$; тогда

$$F_{\text{ед.дл.}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I_1I_2}{a}$$

Определим величину μ_0 – так называемую «магнитную постоянную».

Имеем

$$2 \cdot 10^{-7}\,\frac{\text{Н}}{\text{м}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2 \cdot 1 \cdot 1\text{А}^2}{1\text{м}}$$

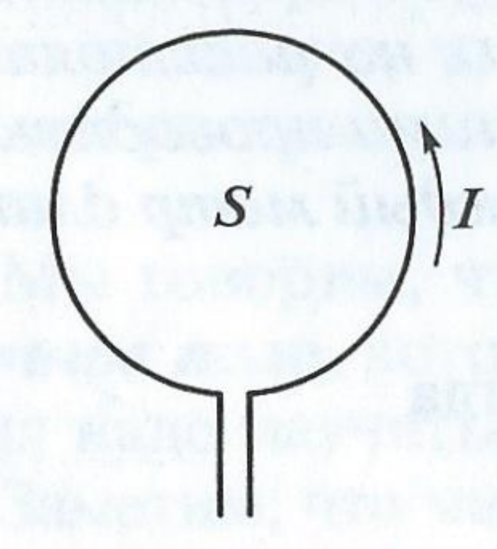
откуда для магнитной постоянной получаем $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\dfrac{\text{Н}}{\text{А}^2} = 1{,}26 \cdot 10^{-6}\,\dfrac{\text{Н}}{\text{А}^2}$

Магнитное поле

Мы говорим, что протекающий по одному из проводников ток, вызывает в пространстве магнитное поле, которое действует на другие проводники с током. В электростатике мы характеризовали электростатическое поле *силами, действующими на пробное тело* – единичный положительный точечный заряд.

В случае магнитного поля ситуация с выбором пробного тела несколько сложнее. В разных учебниках можно встретить различные способы введения пробного тела в магнетизме. Это может быть малый «элемент тока» Idl, проводник длиной dl, по которому идет ток I. Другой вариант – пробное тело в виде малого контура с током – рамки с током, которая совершенно определенным образом реагирует на наличие магнитного поля.

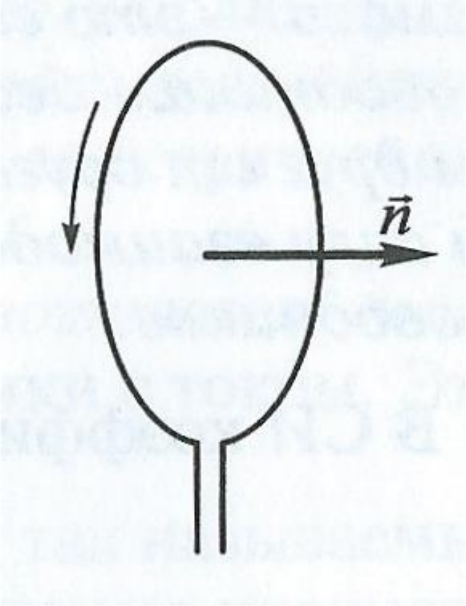
Магнитное поле



Мы будем использовать последний способ – определение характеристик магнитного поля посредством поведения рамки с током в магнитном поле. Как мы увидим далее, *поведение в магнитном поле рамки с током вполне аналогично поведению в магнитном поле магнитной стрелки*.

Рассмотрим рамку с током, имеющую площадь S и полагаем, что движение положительных зарядов по рамке, и, следовательно, направление тока – против часовой стрелки (см. рис.).

Магнитное поле



Будем определять ориентацию рамки в пространстве вектором нормали $\vec{n}$ к плоскости рамки и выберем направление нормали, пользуясь правилом правого винта (рис.): *если вращать правый винт в соответствии с направлением тока в рамке, поступательное движение винта будет указывать направление положительной нормали к рамке*.

Введем понятие **"вектор магнитного момента рамки с током"**.

Вектор магнитного момента

Это – *вектор, направленный вдоль положительной нормали к рамке и имеющий величину I·S (I – ток через рамку, S – ее площадь). Таким образом, вектор магнитного момента*

$$\vec{p}_m = I \cdot S \cdot \vec{n}$$

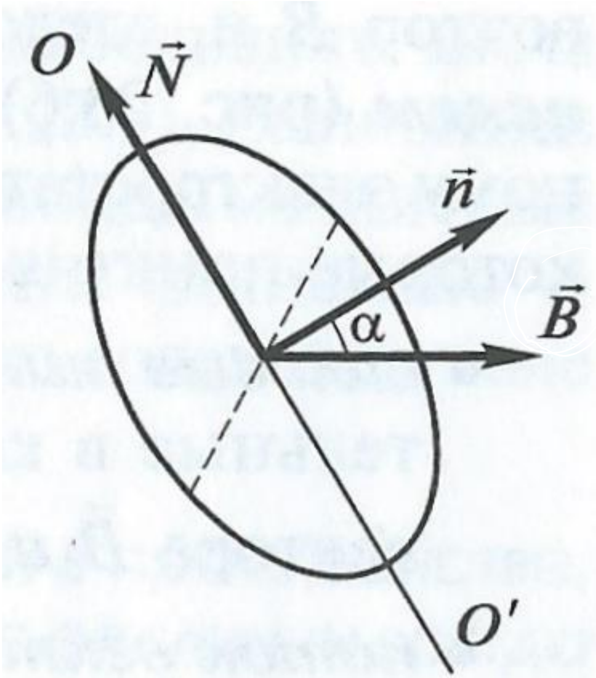
Вектор индукции магнитного поля

Характер реакции рамки на магнитное поле позволяет ввести характеризующее это поле физическую величину - вектор индукции магнитного поля имеющий в каждой точке пространства определенное направление и величину, которые определяются следующим образом:

1. За направление вектора $\vec{B}$ будем принимать установившееся направление положительной нормали к свободно подвешенной рамке.

2. За величину вектора $\vec{B}$ будем принимать максимальный вращающий механический момент сил, действующий на рамку с током, магнитный момент которой равен 1 А·м^2.

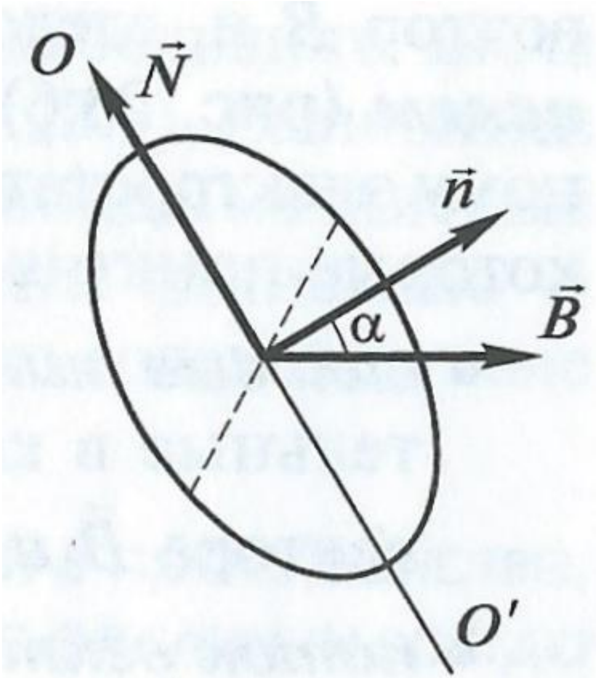
Вектор индукции магнитного поля



Рассуждаем так: пусть рамка с током “определилась» со своим положением в магнитном поле; проведем в плоскости рамки некоторую ось OO', перпендикулярную вектору $\vec{B}$ (рис.). Величину вектора $\vec{B}$ связываем с величиной механического вращательного момента, создаваемого парой сил, которые нужно приложить к рамке, чтобы повернуть ее вокруг оси OO' на угол α от положения устойчивого равновесия. Мы замечаем, что этот момент оказывается пропорциональным величине магнитного момента рамки и $\sin\alpha$:

$N \sim IS\sin\alpha.$

Вектор индукции магнитного поля



Мерой численного значения вектора $\vec{N}$ может служить коэффициент пропорциональности B между N и величиной $IS\sin\alpha$:

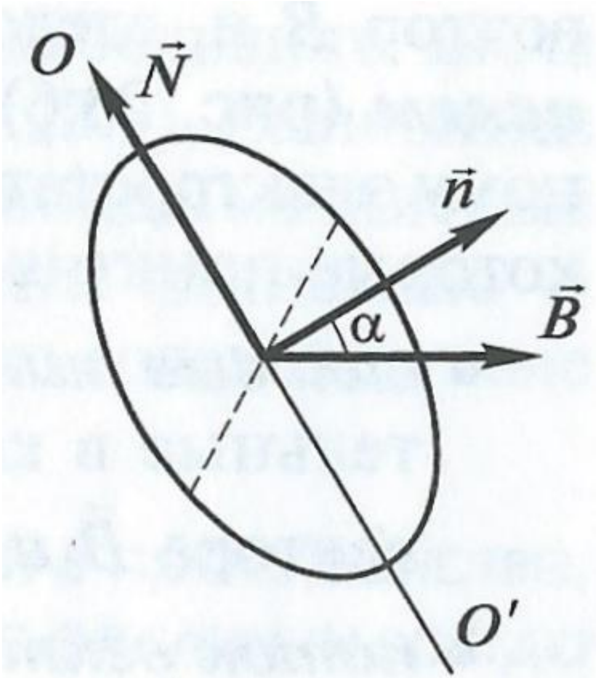
$N = BIS\sin\alpha$.

Это соотношение можно записать в векторной форме

$$\vec{N} = \left[\vec{B} \cdot \vec{p}_m\right]$$

Ясно, что величина $\left|\vec{N}\right|$ максимальна, когда $\alpha = \frac{\pi}{2}$ то есть когда рамка повернута относительно оси OO' на угол $\frac{\pi}{2}$ относительно положения устойчивого равновесия.

Вектор индукции магнитного поля



Более того, если пробным телом является «единичная» $\vec{N}$ рамка, для которой p_m =1 А·м^2, получаем . Вообще же $\left|\vec{N}\right| = \left|\vec{B}\right|$

$$\left|\vec{B}\right| = \frac{\left|\vec{N}_{\max}\right|}{\left|\vec{p}_m\right|}$$

Вспомним, что в электростатике напряженность электрического поля – это сила, действующая на единичный заряд

$$\left|\vec{E}\right| = \frac{\left|\vec{F}\right|}{q}$$

пробное тело – точечный заряд + 1 Кл, его реакция на электрическое поле – движение с ускорением.

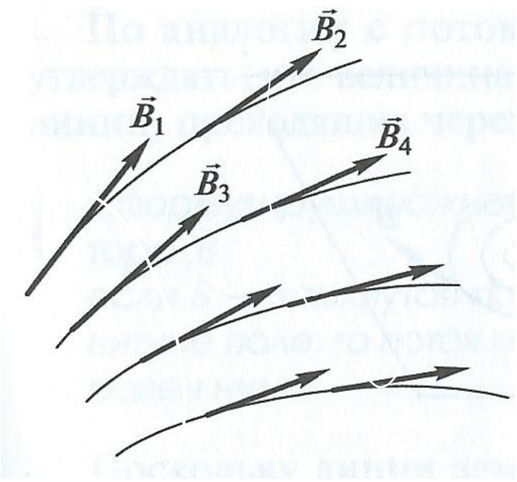
Вектор индукции магнитного поля

Здесь же пробное тело – единичная рамка с током, ее реакция на магнитное поле – вращение под действием пары сил; далее мы более подробно остановимся на происхождении и величине этих сил.

Обобщая все вышесказанное, мы можем дать следующее определение:

Вектор магнитной индукции – *это вектор, направление которого совпадает с направлением положительной нормали к рамке с током в ее устойчивом положении, а величина равна максимальному механическому моменту, действующему на рамку с током, магнитный момент которой равен 1 $A \cdot м^2$, при ее максимальном отклонении от устойчивого положения.*

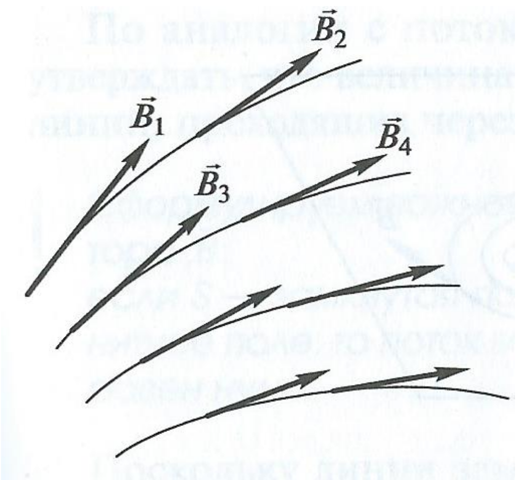
Силовые линии магнитного поля



Величина измеряется в системе в единицах СИ Н/(А·м). Единицы такой размерности носят название «Тесла» (Тл). Магнитная индукция имеет величину в 1 Тл, если максимальный вращающий момент, действующий в магнитном поле на единичную рамку с током, равен 1 Н·м.

Прозондировав все пространство с помощью пробного тела - единичной рамки с током - мы можем сопоставить каждой его точке вектор $\vec{B}$ и, следовательно, получить то, что мы называем **векторным полем** (см. рис.).

Свойства силовых линий индукции магнитного поля



Формально это поле вполне аналогично векторному электростатическому полю, и поэтому мы можем сразу ввести некоторые понятия из электростатики.

1. *Силовые линии индукции магнитного поля* $\vec{B}$ как линии, касательные в каждой точке которых совпадают с направлением вектора *и густота которых равна* $\left|\vec{B}\right|$

2. Поток вектора магнитной индукции $\Phi = \int_S B_n dS$ через поверхность S.

3. Циркуляция вектора магнитной индукции

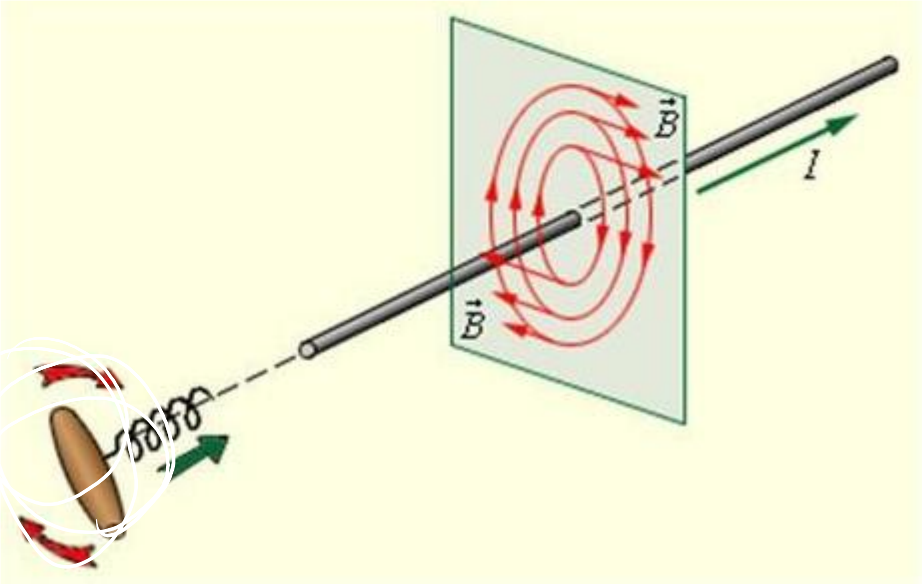
$$\oint_L \vec{B}d\vec{l} = \oint_L B_l dl$$

вдоль замкнутого контура L.

$\vec{B}$

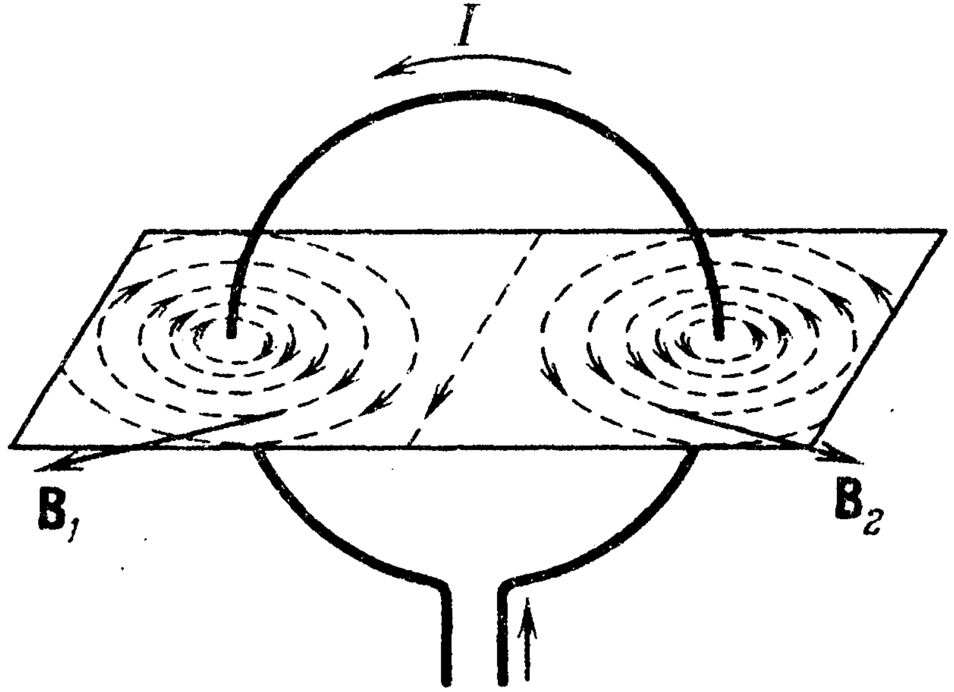
Силовые линии магнитного поля прямолинейного проводника с током

Силовые линии индукции магнитного поля $\vec{B}$ прямолинейного проводника с током представляют собой концентрические окружности, лежащие в плоскости перпендикулярной проводнику. Направление силовых линий определяется по правилу правого винта: если поступательное движение правого винта сопоставить с направлением тока, то направление вращения винта даст направление магнитных силовых линий (рис.).



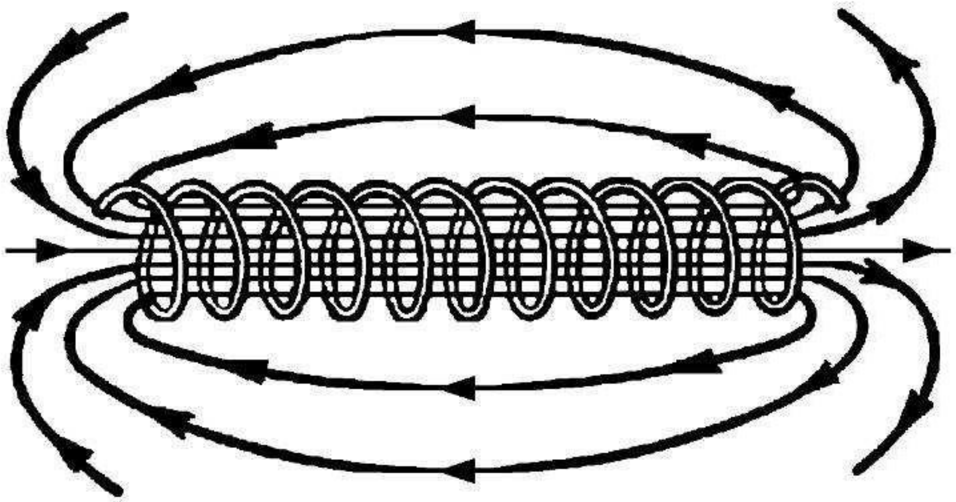
Силовые линии кругового тока

Направление тока по контуру – против часовой стрелки. Силовые линии *охватывают* проводник, и их совокупность обладает осевой симметрией с осью, лежащей перпендикулярно площади рамки.



Силовые линии соленоида

Катушка – соленоид – система, состоящая из большого числа последовательно соединенных круговых токов (рис.). Если витки расположены достаточно близко, внутри соленоида магнитные силовые линии оказываются в среднем направлены одинаково - вдоль оси соленоида (рис.). Внутри длинного соленоида поле оказывается **однородным.**



Свойства силовых линий магнитного поля

Анализ распределения магнитных силовых линий в пространстве, окружающем проводники с током, показывает, что эти линии всегда охватывают токи и являются замкнутыми. И в этом принципиальное отличие электрических и магнитных силовых линий. Электрические силовые линии всегда начинаются или заканчиваются на зарядах или в бесконечности. Магнитные силовые линии не имеют ни начала, ни конца, они замкнуты, охватывая проводники с током.

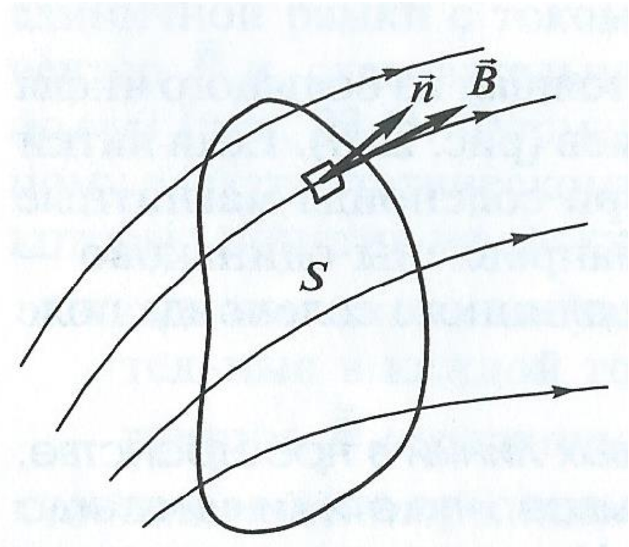
Свойства силовых линий магнитного поля

Поэтому сразу можно сказать, что если для электростатического поля циркуляция $\oint_L E_l dl = 0$ всегда, то для магнитной индукции $\oint_L \vec{B} d\vec{l} \neq 0$.

Это значит, что магнитное поле не является потенциальным.

Мы покажем далее, что $\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I$ где I – ток, протекающий по проводнику, пересекающему контур L.

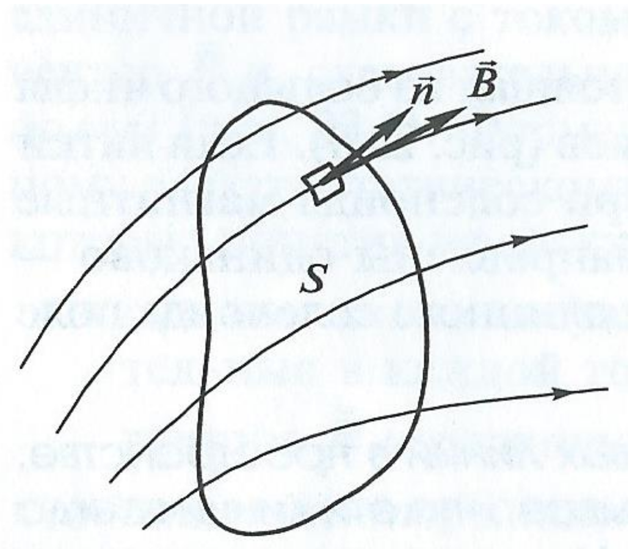
Поток вектора магнитной индукции



Теперь рассмотрим, чему равен *поток* вектора магнитной индукции через поверхность S (см. рис.): $\Phi = \int_S B_n dS$

По аналогии с потоком вектора электрического поля, можно утверждать, что *величина Ф равна общему числу магнитных силовых линий, проходящих через поверхность S.*

Поток вектора магнитной индукции



Мы можем сразу сформулировать важное следствие замкнутости силовых линий вектора $\vec{B}$

Если S – замкнутая поверхность в пространстве, где имеется магнитное поле, то поток вектора $\vec{B}$ *через эту поверхность будет всегда равен нулю.*

Поскольку линии замкнуты, число N_1 силовых линий, которые входят в поверхность, всегда будет точно равно числу силовых линий, выходящих из поверхности N_2 и

$$\Phi = \oint_S B_n dS = N_1 - N_2 = 0$$

Принцип суперпозиции магнитных полей

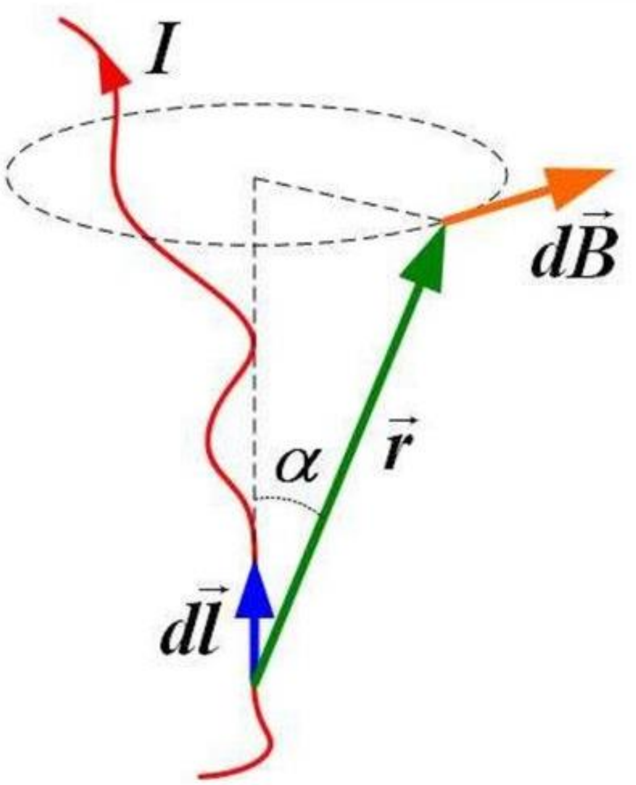
Вектор магнитной индукции $\vec{B}$ является силовой характеристикой магнитного поля.

Для него справедлив принцип суперпозиции:

Индукция магнитного поля $\vec{B}$*, возникающая благодаря наличию в пространстве нескольких проводников с током, равна векторной сумме полей* $\vec{B}_i$*, возникающих от каждого тока в отдельности:*

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^{n} \vec{B}_i$$

Закон Био-Савара-Лапласа

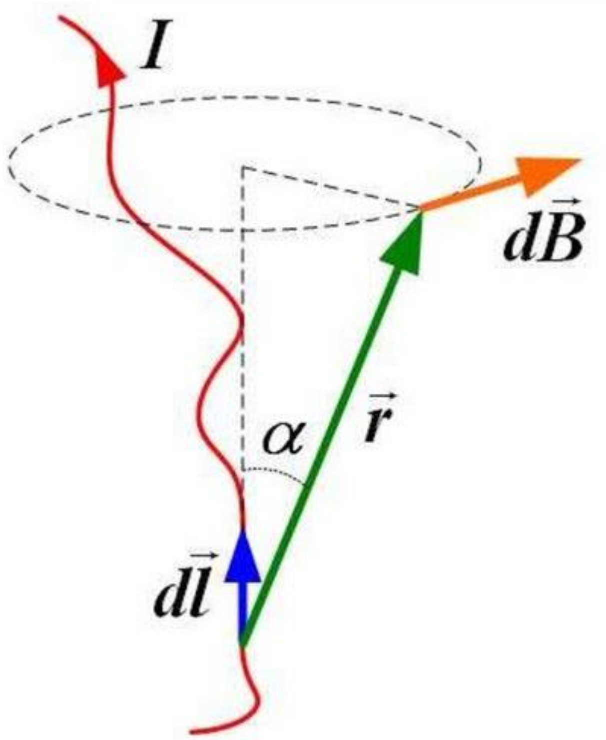


Рассмотрим проводник произвольной формы, лежащей в плоскости *XY* по которому идет ток *I*. Нас интересует, каковы величина и направление вектора магнитной индукции $\mathrm{d}\vec{B}$ в точке *A* вблизи проводника.

Закон Био-Савара-Лапласа (БСЛ) устанавливает величину и направление вектора магнитной индукции $\vec{B}$ в данной точке, созданного элементом тока $I\mathrm{d}\vec{l}$. В векторной форме закон БСЛ

$$\mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\left[d\vec{l},\vec{r}\right]}{r^3}$$

Закон Био-Савара-Лапласа



В скалярной форме закон БСЛ

$$\mathrm{d}B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I\mathrm{d}l \sin\alpha}{r^2}$$

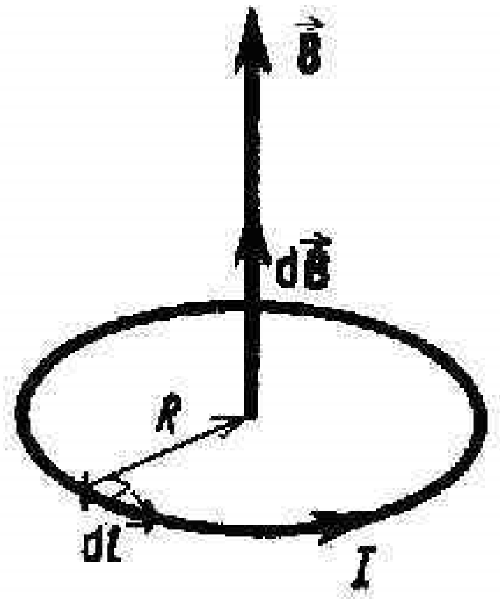
Используя принцип суперпозиции, имеем:

$$\vec{B} = \int_L d\vec{B}$$

где интеграл берется по длине проводника.

Рассмотрим примеры применения закона БСЛ.

Пример 1. Магнитное поле в центре кругового тока



Очевидно, здесь α = 90°. Каждый элемент тока создает в точке O индукцию, равную по величине.

$$\left|\mathrm{d}\vec{B}\right| = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I\mathrm{d}l}{R^2}$$

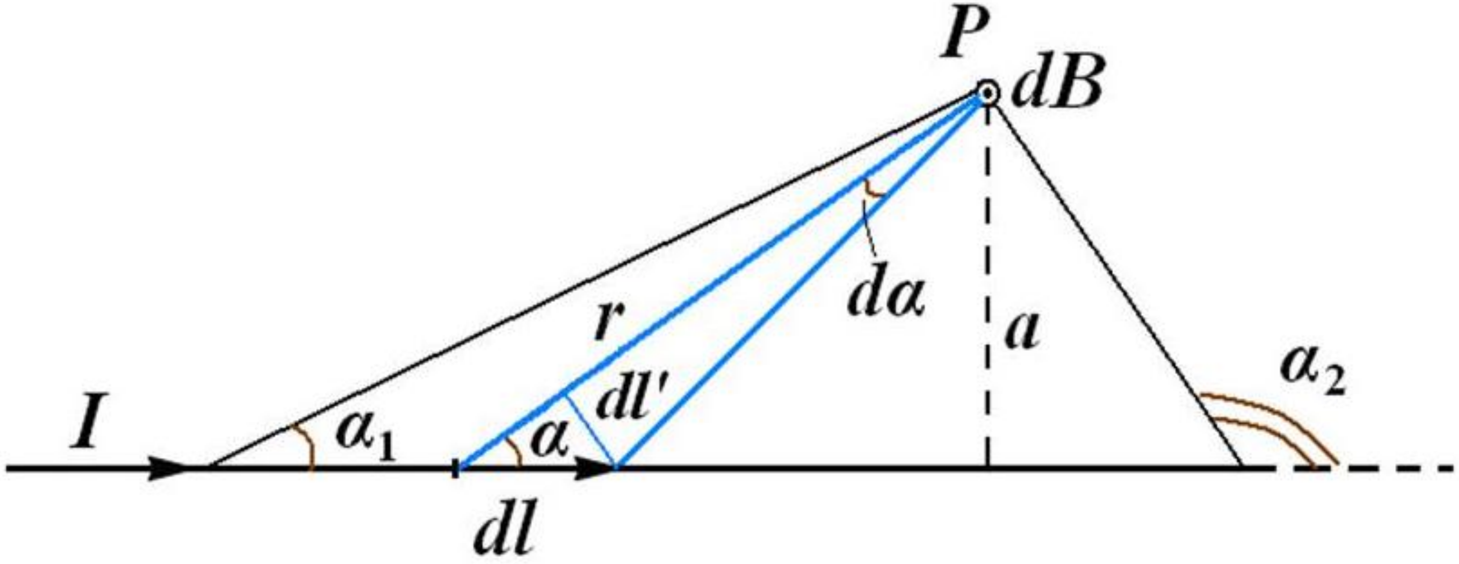
Интегрируя, получаем

$$\left|\vec{B}\right| = \int_L \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{R^2}\mathrm{d}l = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{R^2} \cdot 2\pi R = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{I}{R}$$

Направление вектора $\vec{B}$ перпендикулярно площади витка – вверх (если ток идет против часовой стрелки) или вниз (если ток идет по часовой стрелке), то есть в направлении положительной нормали к витку с током.

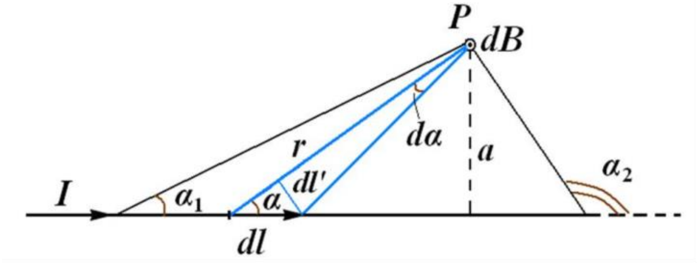
Ответ: $\left|\vec{B}\right| = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{I}{R}$

Пример 2. Магнитное поле, создаваемое бесконечным прямолинейным током



Пусть точка *P* находится на расстоянии *a* от проводника, по которому идет ток слева направо так, что любой элемент тока $I d\vec{l}$ направлен вдоль проводника вправо. Проводим радиус-вектор *r* от этого элемента к точке *P*. Имеем

Магнитное поле, создаваемое бесконечным прямолинейным током



$$\left|\mathrm{d}\vec{B}_P\right| = \frac{\mu_0}{4\pi} \times \frac{I\mathrm{d}l}{r^2} \sin\alpha$$

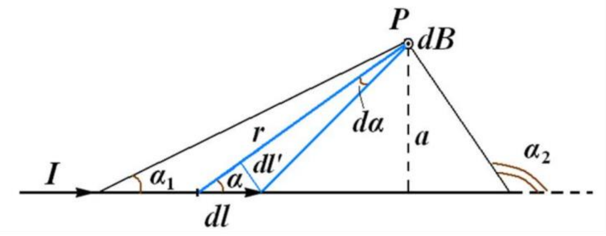
где α - угол между векторами $\vec{r}$ и $I\mathrm{d}\vec{l}$, r – расстояние от точки P до элемента $I\mathrm{d}\vec{l}$. Интегрируем по l:

$$B_P = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin\alpha}{r^2} \mathrm{d}l$$

Направление вектора $d\vec{B}_P$ – перпендикулярно плоскости чертежа, «к нам».

Из рисунка видно, что $\dfrac{a}{r} = \sin\alpha$, откуда $\dfrac{1}{r^2} = \dfrac{\sin^2\alpha}{a^2}$.

Магнитное поле, создаваемое бесконечным прямолинейным током



Также из этого рисунка следует, что $\dfrac{l}{a} = \mathrm{ctg}\alpha$. Возьмем дифференциалы от обеих частей последнего равенства, тогда $dl = -\dfrac{a\mathrm{d}\alpha}{\sin^2\alpha}$. Подставляя эти соотношения в интеграл и переходя от интегрирования по l к интегрированию по α, получаем

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int_{\pi}^{0} -\frac{\sin\alpha\, a\mathrm{d}\alpha \sin^2\alpha}{a^2\sin^2\alpha} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{a}\int_{\pi}^{0}\left(-\sin\alpha\right)\mathrm{d}\alpha = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{a}$$

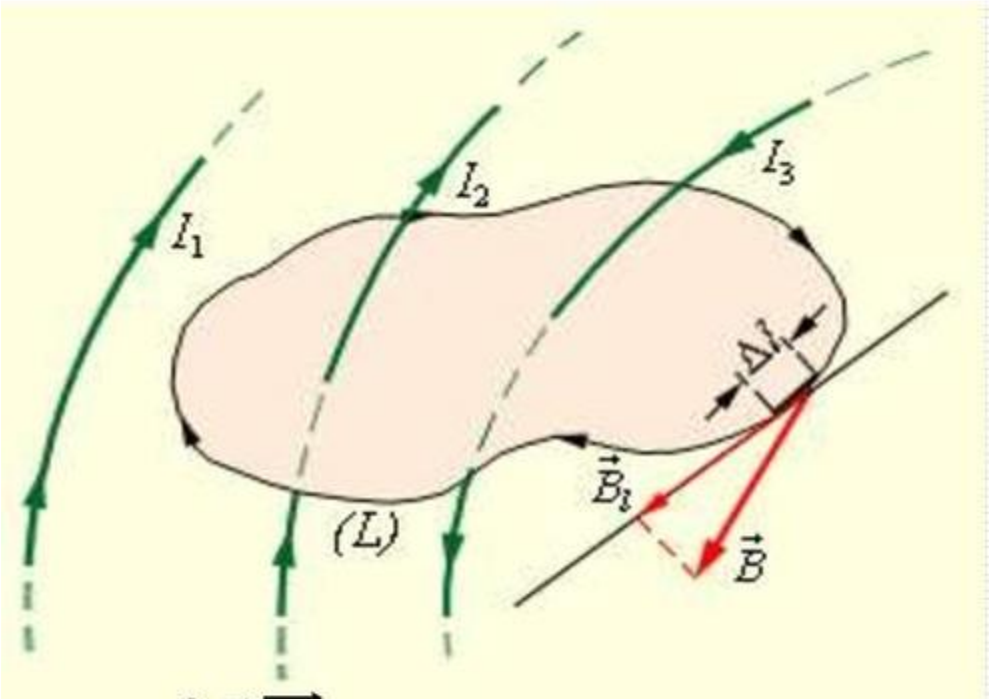
Магнитное поле, создаваемое бесконечным прямолинейным током

Очевидно, что вектор $\vec{B}$ имеет одну и ту же величину в любой точке окружности радиуса a, а направление – по касательной к этой окружности – по правилу правого винта.

Таким образом, индукция магнитного поля, создаваемого бесконечным прямолинейным проводником с током на расстоянии a от проводника равна

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{a}$$

Теорема о циркуляции вектора $\vec{B}$



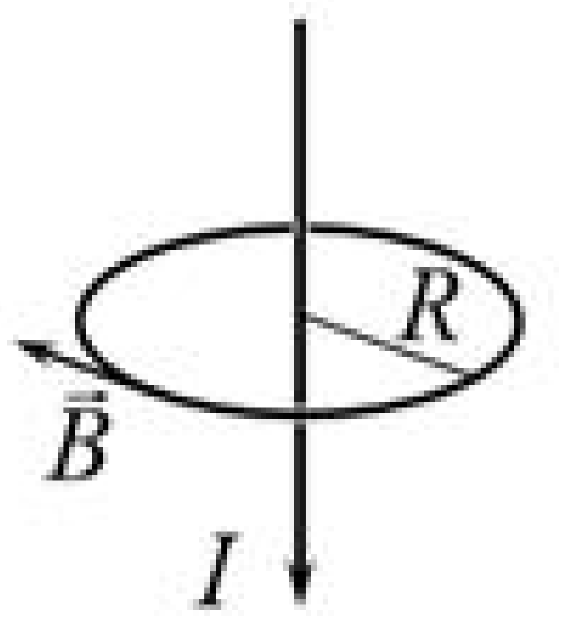
$$\oint_L \vec{B}\,\vec{dl} = \mu_0 (I_3 - I_2)$$

Циркуляция вектора $\vec{B}$ *по произвольному замкнутому контуру равна алгебраической сумме токов, пересекающих поверхность, ограниченную этим контуром, умноженной на* μ_0:

$$\oint_S B_l \mathrm{d}l = \mu_0 \sum_i I_i$$

Расчеты магнитного поля токов часто упрощаются при учете симметрии в конфигурации токов, создающих поле. В этом случае расчеты можно выполнять с помощью теоремы о циркуляции вектора магнитной индукции, а также интеграл заменять произведением.

Пример: расчет вектора магнитной индукции прямолинейного тока по теореме о циркуляции



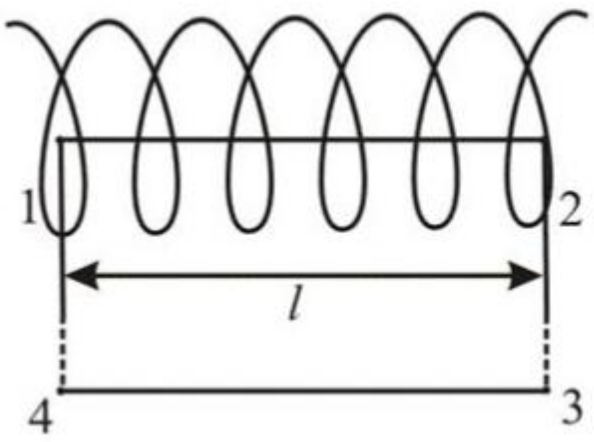
Рассмотрим прямолинейный ток и охватывающий его круговой контур, совпадающий с силовой линией. Тогда, поскольку вдоль этого контура магнитная индукция постоянна, то

$$\oint_S B_l \mathrm{d}l = B\oint_S \mathrm{d}l = B\cdot 2\pi R = \mu_0 I$$

откуда

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{R}$$

Магнитное поле соленоида (катушки с большим количеством витков)



Рассмотрим соленоид, по которому течет ток *I*, и выберем контур в виде прямоугольника 1 – 2 – 3 – 4, охватывающего часть витков с током (см. рис.), причем длины 1 – 2 и 3 – 4 одинаковы и равны *l*. Тогда, обходя контур в направлении «по часовой стрелке» и имея в виду, что для достаточно длинного соленоида поле вне него близко к нулю, а внутри – однородно и равно $\vec{B}$, имеем

$$\oint_L B_l \mathrm{d}l = B \oint_L \mathrm{d}l = B \cdot l = \mu_0 I_{\Sigma}$$

где I_{Σ} – полный ток, охватываемый контуром. Если на единицу длины соленоида приходится *n* витков, то $I_{\Sigma} = l, \cdot n \cdot I$

и, следовательно, поле внутри соленоида $B = \mu_0 \cdot n : I$

Литература

Б.А. Струков, Л.Г. Антошина, С.В. Павлов. Физика. М., 2011,

С. 194-208.

Видео по теме лекции можно посмотреть на сайте swcusp.ukit.me в разделе меню «Видеоматериалы»

Тема следующей лекции: Сила Ампера. Сила Лоренца. Вещество в магнитном поле. Пара- диа- и ферромагнетизм. Закон электромагнитной индукции.